Algorithmen und Datenstrukturen (für ET/IT)

Wintersemester 2012/13

Dr. Tobias Lasser

Computer Aided Medical Procedures
Technische Universität München

Programm heute

Validation

- Validation: nicht-formaler Nachweis der Korrektheit, etwa durch systematisches Testen

Warum Validation wenn wir Verifikation haben?

- bei Verifikation können Fehler unterlaufen sein
- Verifikation zu aufwendig oder nicht mehr möglich für größere bzw. komplexe Programme
- der verwendete Compiler/Rechner kann fehlerhaft sein

- aber! Testen kann nur Anwesenheit von Fehlern zeigen, nicht die Abwesenheit!

Fehlerarten

Mögliche Fehlerarten (nur ein Auszug!)

- Denkfehler bei der Konstruktion des Algorithmus
  - z.B. Annahme falscher Rahmenbedingungen
  - oder Problemstellung misverstanden
- Rechenfehler bei der Verifikation
  - z.B. bei Invarianten-Prüfung falsche Schlussfolgerung gezogen
- Tipp- oder Programmierfehler bei Umsetzung auf Computer
  - z.B. Index-Zählung bei 1 statt 0 angefangen
  - oder Ziffer 1 statt Buchstabe l getippt
- Fehler im Compiler, Betriebssystem oder Rechner selbst
  - kein Compiler ist fehlerfrei
  - kein Betriebssystem ist fehlerfrei
  - kein Rechner ist fehlerfrei

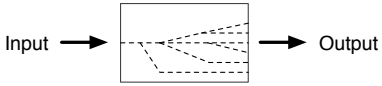
Validation durch systematische Tests

- Systematische Tests: systematische "Jagd" auf mögliche Fehler im Programm
- verschiedene Test-Typen stehen zur Verfügung:
  - Blackbox-Test
  - Whitebox-Test
  - Regressions-Test
  - Integrations-Test

Blackbox-Test

- Programm als "Blackbox" betrachten
  - interne Struktur unbekannt
  - nur Eingabe und Ausgabe bekannt
  - sowie Dokumentation was als Eingabe erlaubt ist
- systematischer Test auf mögliche Eingabedaten (und ob korrektes Ergebnis geliefert wird) → datenbezogenes Testen
- Repräsentative Werteanalyse:
  - Klassen von Eingabedaten (z.B. negative ganze Zahlen)
  - Auswahl von Repräsentanten dieser Klasse zum Test
- Grenzwertanalyse:
  - Eingabedaten haben meist Grenzwerte (z.B. Zahlen von -128 bis 127)
  - direkte Tests auf die Grenzwerte und auch darüber hinaus

Whitebox-Test

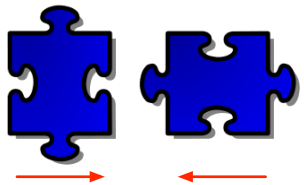


- Programm als "Whitebox" betrachten
  - innere Struktur bekannt
- systematischer Test auf innere Struktur des Programms, d.h. das alle Programmteile ausgeführt werden → ablaufbezogenes Testen
- Test-Varianten (Auszug):
  - Ausführung sämtlicher Programmwege inkl. Kombinationen (meist unpraktikabel!)
  - Alle Schleifen müssen nicht nur einmal, sondern zweimal durchlaufen werden
  - Alle Anweisungen sollen mindestens einmal ausgeführt werden

Regressions-Test

- Annahme: mehrere Versionen des Programms (mit gleicher Funktionalität!) sind verfügbar
- systematischer Test über längere Zeit der verschiedenen Versionen mit gleicher Eingabe
  - ist Ausgabe unterschiedlich, ist eine der Versionen fehlerhaft
- insbesondere zur Aufdeckung von bereits behobenen Fehlern, die wieder auftauchen (sog. "Regressionen")

Integrations-Test



- große Softwaresysteme bestehen aus Modulen (natürlich separat getestet!)
- systematischer Test der Zusammenarbeit der Module, schrittweise zusammengefügt zum Gesamtsystem
  - z.B. mittels Blackbox- und Whitebox-Tests

Testen in der Praxis

- "poor man's testing" mit `assert` in C (siehe `assert.h`)
  - für Debug-Modus:
    assert(length >= 0 && "oops, negative Länge geht nicht");
  - Prüfung deaktiviert im Release-Modus mittels Makro `NDEBUG`
- hiermit läßt sich auch auf Vor- und Nachbedingungen testen
- Unit Test Frameworks: Gerüste/Systeme zur Vereinfachung der Implementation von Tests
  - z.B. Microsoft Unit Testing Framework in Visual Studio
  - oder Google C++ Testing Framework
  - oder Boost Unit Testing Framework

Fehler in der Praxis

- fehlertolerantes Programmieren
  - Fehler direkt im Programm feststellen
  - möglicherweise sogar korrigieren
  - Beispiel: "keine Verbindung zum Internet, stellen Sie zuerst Internet-Verbindung her, bevor Programm weiter ausgeführt werden kann"
- fehlerpräventives Programmieren
  - Verwendung geeigneter Programmiersprache mit statischem Typsystem (z.B. C, C++)
  - Meiden von expliziter Typumwandlung (type casts)
  - Verwendung von sicheren Konstrukten (z.B. Smartpointer statt Zeiger)
  - Aktivierung von allen Compiler-Warnungen (z.B. Clang ist hier besonders hilfreich)
- Tests bereits in Spezifikations-Phase entwickeln (test-driven development)

Programm heute

Wozu Effizienz?

"Wenn das Programm zu langsam läuft, kaufen wir einfach einen schnelleren Rechner!"

- der schnellere Rechner ist eventuell trotzdem nicht schnell genug
- auch wenn es schnell genug läuft, Energie sparen (z.B. wegen Akkulaufzeit!)

Komplexität von Algorithmen

Interessante Fragen bei Algorithmus A:

- wie viel Speicherplatz benötigt Algorithmus?
- wie viel Rechenzeit benötigt Algorithmus?

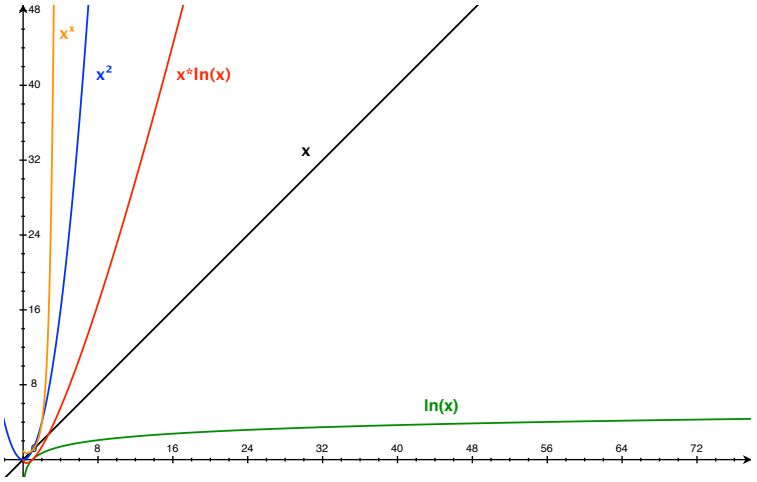
→ Komplexitätsanalyse

Wesentlicher Faktor bei Komplexität: Größe der Eingabe n

- benötigter Speicher abhängig von n
- benötigte Rechenzeit abhängig von n

→ Funktion f zur Beschreibung des Wachstumsverhaltens von A

Typische Wachstumsraten



Wiederholung: Insertion Sort

Input: Feld A[0..n-1] von n natürlichen Zahlen
Output: Feld A aufsteigend sortiert
InsertionSort(A):

```
1    for j=1 to länge(A)-1 {
2      key = A[j];
3      // füge A[j] in sortierte Liste A[0..j-1] ein
4      i = j-1;
5      while (i >= 0 && A[i] > key) {
6        A[i+1] = A[i];
7        i = i-1;
8      }
9      A[i+1] = key;
10   }
```

Komplexität von Insertion Sort

Speicher:

- Feld A (Länge n), eine extra Variable (key)

Zeit:

- Annahme: jeder elementare Verarbeitungsschritt in Zeile i benötigt konstante Zeit $c_i \in \mathbb{R}$
- Beschreibe Laufzeit mittels

$$\text{Laufzeitfunktion } T : \mathbb{N} \to \mathbb{R}, \quad T : n \mapsto T(n)$$

- $T(n)$ beschreibt Wachstumsverhalten in Abhängigkeit von Eingabegröße n

Laufzeit Insertion Sort I

Kostenübersicht:

Zeile	Kosten	wie oft?
1	c_1	
2	c_2	
3	0	Kommentar
4	c_4	
5	c_5	
6	c_6	
7	c_7	
8	0	Blockabschluß
9	c_9	
10	0	Blockabschluß

InsertionSort(A):

```
1 for j=1 to länge(A)-1 {
2     key = A[j];
3     // füge A[j] in sortierte
      // Liste A[0..j-1] ein
4     i = j-1;
5     while (i >= 0 && A[i] > key) {
6       A[i+1] = A[i];
7       i = i-1;
8     }
9     A[i+1] = key;
10 }
```

t_j bezeichnet Anzahl der Abfragen der while-Bedingung in Zeile 5 für Durchlauf j

Laufzeit Insertion Sort II

Berechnung der Laufzeit $T(n)$:

- $T(n)$ ist Summe aller Laufzeiten der ausgeführten elementaren Verarbeitungsschritte
- Beispiel: Schritt 1 (Zeile 1) kostet c_1 und wird n mal ausgeführt

$$\begin{aligned} T(n) = {} & c_1 n + c_2(n-1) + c_4(n-1) \\ & + c_5 \sum_{j=1}^{n-1} t_j + c_6 \sum_{j=1}^{n-1} (t_j - 1) \\ & + c_7 \sum_{j=1}^{n-1} (t_j - 1) + c_9(n-1) \end{aligned}$$

- Beobachtung: $T(n)$ hängt stark von tatsächlichen Eingabe ab!

Laufzeit Insertion Sort III

Laufzeit $T(n)$ im besten Fall (best case)?

- best case: Feld A ist bereits sortiert bevor Algorithmus aufgerufen wird
- in while-Schleife (Zeile 5) wird Bedingung nur einmal abgefragt
  - es ist nämlich A[i] <= key
  - also $t_j = 1$ für $j = 1, \ldots, n-1$
- Also:

$$\begin{aligned} T(n) = {} & c_1 n + c_2(n-1) + c_4(n-1) \\ & + c_5(n-1) + c_6 \cdot 0 \\ & + c_7 \cdot 0 + c_9(n-1) \\ = {} & \underbrace{(c_1 + c_2 + c_4 + c_5 + c_9)}_{=:a} n - \underbrace{(c_2 + c_4 + c_5 + c_9)}_{=:b} \\ = {} & an - b \qquad (a, b \text{ Konstanten}) \end{aligned}$$

Laufzeit Insertion Sort IV

Laufzeit $T(n)$ im schlechtesten Fall (worst case)?

- worst case: Feld A ist bereits absteigend sortiert bevor Algorithmus aufgerufen wird
- in while-Schleife (Zeile 5) muß mit allen Elementen A[0..j-1] verglichen werden
  - es ist nämlich A[i] $>$ key
  - also $t_j = j + 1$ für $j = 1, \ldots, n-1$
- Also:

$$\begin{aligned} T(n) &= c_1 n + c_2(n-1) + c_4(n-1) \\ &\quad + c_5\left(\tfrac{n(n+1)}{2} - 1\right) + c_6\left(\tfrac{n(n-1)}{2}\right) \\ &\quad + c_7\left(\tfrac{n(n-1)}{2}\right) + c_9(n-1) \end{aligned}$$

da Gauss'sche Summenformel:

$\sum_{j=1}^{n-1}(j+1) = \frac{n(n+1)}{2} - 1$ und $\sum_{j=1}^{n-1} j = \frac{n(n-1)}{2}$

Laufzeit Insertion Sort V

Fortsetzung worst case $T(n)$:

$$\begin{aligned} T(n) &= c_1 n + c_2(n-1) + c_4(n-1) + c_5\left(\tfrac{n(n+1)}{2} - 1\right) \\ &\quad + c_6\left(\tfrac{n(n-1)}{2}\right) + c_7\left(\tfrac{n(n-1)}{2}\right) + c_9(n-1) \\ &= \underbrace{\left(\tfrac{c_5}{2} + \tfrac{c_6}{2} + \tfrac{c_7}{2}\right)}_{=:a} n^2 + \underbrace{\left(c_1 + c_2 + c_4 + \tfrac{c_5}{2} - \tfrac{c_6}{2} - \tfrac{c_7}{2} + c_9\right)}_{=:b} n \\ &\quad - \underbrace{\left(c_2 + c_4 + c_5 + c_9\right)}_{=:c} \\ &= an^2 + bn - c \end{aligned}$$

Zusammenfassung