

Algorithmen und Datenstrukturen

Aufgabe 1 Repräsentation von Graphen (Beispiellösung)

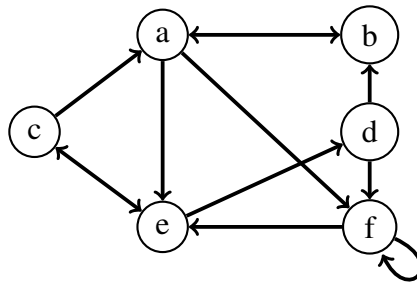
a) Adjazenz-Matrix:

	<i>a</i>	<i>b</i>	<i>c</i>	<i>d</i>	<i>e</i>
<i>a</i>	0	1	0	1	0
<i>b</i>	1	0	1	0	1
<i>c</i>	0	1	0	0	1
<i>d</i>	1	0	0	0	1
<i>e</i>	0	1	1	1	0

Adjazenz-Liste:

a → *b* → *d*
 ↓
b → *a* → *c* → *e*
 ↓
c → *b* → *e*
 ↓
d → *a* → *e*
 ↓
e → *b* → *c* → *d*

b) Gerichteter (!) Graph:



Adjazenz-Liste:

a → *b* → *e* → *f*
 ↓
b → *a*
 ↓
c → *a* → *e*
 ↓
d → *b* → *f*
 ↓
e → *c* → *d*
 ↓
f → *e* → *f*

Aufgabe 2 Eigenschaften von Graphen (Beispiellösung)

a) Die Eingangs- und Ausgangsgrade der Knoten 1, 2 und 3 sind:

$$\text{outdeg}(1) = 2 \quad \text{indeg}(1) = 1$$

$$\text{outdeg}(2) = 2 \quad \text{indeg}(2) = 1$$

$$\text{outdeg}(3) = 2 \quad \text{indeg}(3) = 2$$

b) Der Graph ist wegen der Schlinge bei 3 nicht zyklensfrei. Die beiden anderen Schleifen lassen sich aber nicht durchlaufen.

c) Der Graph ist nicht *stark zusammenhängend*, da nicht jeder Knoten von allen anderen erreichbar ist. Beispielsweise kann der Knoten rechts oben gar nicht mehr verlassen werden.

Nachdem aber nach Vernachlässigung der Kantenrichtung der ungerichtete Graph zusammenhängend ist, nennt man den Graphen *schwach zusammenhängend*.

Aufgabe 3 Bäume (Beispiellösung)

- a)
- Der Baum muss nach Definition zyklensfrei und zusammenhängend sein.
 - Bei n Knoten werden genau $n - 1$ Kanten im Baum enthalten sein.
 - Der Wurzelknoten hat Tiefe 0. Der maximale Pfad führt von der Ebene mit höchstem Index über die Wurzel zurück auf diese Ebene, hat also die doppelte Baumhöhe als Länge.
 - In diesem Fall hat der Binärbaum genau die Höhe $\log_2 n$. Dies ist auch die Erklärung für die Komplexität $O(n \log n)$ bei Merge und Quick Sort.

b) Eine sinnvolle Implementation könnte sein:

```
struct Node
{
    Node* parent;
    int payload;
    Node* left;
    Node* right;
};
```

Aufgabe 4 Tic-Tac-Toe (Beispiellösung)

a) Die Höhe des Baumes ist die Anzahl der Züge, also 9.

b) Pro Ebene erhalten wir die folgenden Knotenzahlen:

0	1=1	Wurzel bzw. Ausgangszustand
1	9=9	Erster Zug durch X
2	72=9 · 8	Zweiter Zug durch O
3	504=9 · 8 · 7	Dritter Zug durch X
4	3.024=9 · 8 · 7 · 6	Vierter Zug durch O
5	15.120=9 · 8 · 7 · 6 · 5	Fünfter Zug durch X
6	60.480=9 · 8 · 7 · 6 · 5 · 4	Sechster Zug durch O
7	181.440=9 · 8 · 7 · 6 · 5 · 4 · 3	Siebter Zug durch X
8	362.880=9 · 8 · 7 · 6 · 5 · 4 · 3 · 2	Achter Zug durch O
9	362.880=9 · 8 · 7 · 6 · 5 · 4 · 3 · 2 · 1	Neunter Zug durch X

Alleine auf letzter Ebene haben wir also 362.880 Blätter bzw. Spielverläufe. Insgesamt bestünde der Baum also aus 986.410 Knoten.

Wenn man das Spiel beendet, nachdem ein Spieler gewonnen hat, gibt es nur noch 255.168 Spielverläufe. Wenn man Rotationen und Spiegelungen als solche identifiziert, verringert sich die Anzahl weiter.