

Name:  Vorname:  Matr.-Nr.:

Technische Universität München  
Institut für Informatik I-16  
Dr. Tobias Lasser

SoSe 2015  
15. Juli 2015

## Musterklausur zu Algorithmen und Datenstrukturen

### Allgemeine Hinweise

- Die Angabe besteht aus 3 Seiten. Stellen Sie sicher, dass Ihr Exemplar vollständig ist, und **prüfen Sie alle Seiten auf Aufgaben!**
- Sie haben 45 Minuten Zeit für die Bearbeitung der Aufgaben, von 09:50 bis 10:35 Uhr.

### Aufgabe 1 Sortieren mit Heap Sort

(12 Punkte)

Die sequentielle Liste

1, 5, 6, 3, 2, 4

soll mit (*Min-*)Heap Sort sortiert werden!

- Geben Sie den Zustand der Liste während der **buildMinHeap** nach jedem **minHeapify** an!
- Geben Sie den Zustand der Liste während der Sortierung nach jedem **extractMin** an!

### Aufgabe 2 KMP-Präfixtabelle

(7 Punkte)

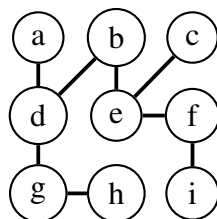
Geben Sie die jeweiligen Präfixtabellen aus dem Knuth-Morris-Pratt Algorithmus zu folgenden Suchmustern an!

- "ABCABD AF"
- "ABCABAABABCA"

### Aufgabe 3 Graphen

(8 Punkte)

Gegeben sei der nebenstehende Graph:



- Geben Sie die Adjazenzmatrix an!
- Lässt sich dieser Graph einer bestimmten Unterklasse von Graphen zuordnen, und wenn ja, welcher? Geben Sie ausserdem mindestens drei Eigenschaften dieses Graphen an!

**Aufgabe 4 Heaps**

**(8 Punkte)**

a) Repräsentiert das folgende Array einen Max-Heap?

10, 7, 9, 6, 4, 5, 3, 2, 1, 8

Begründen Sie Ihre Antwort und zeichnen Sie die Baumstruktur! Durch welche konkreten Operationen wäre ggf. die Heap-Eigenschaft herzustellen?

b) Kann mittels binärer Suche der **dritt-größte** Wert in einem Max-Heap gefunden werden? Begründen Sie Ihre Antwort!

**Aufgabe 5 Dijkstra**

**(7 Punkte)**

Gegeben sei ein gewichteter Graph  $G = (V, E)$  mit  $V = \{a, b, c, d, e, f\}$  und Adjazenzmatrix:

	a	b	c	d	e	f
a	$\infty$	1	5	$\infty$	$\infty$	$\infty$
b	1	$\infty$	$\infty$	1	1,5	$\infty$
c	5	$\infty$	$\infty$	$\infty$	1	$\infty$
d	$\infty$	1	$\infty$	$\infty$	1	2
e	$\infty$	1,5	1	1	$\infty$	2
f	$\infty$	$\infty$	$\infty$	2	2	$\infty$

Mittels des Dijkstra-Algorithmus wird ein kürzester Pfad von Knoten a gesucht, und einige Schritte wurden bereits durchgeführt. Setzen Sie den Ablauf um **zwei** weitere Schritte fort und geben Sie hierzu die jeweiligen Zustände der Priority Queue  $Q$  an!

$$Q = \{(b/1), (c/5), (d/\infty), (e/\infty), (f/\infty)\}$$

**Aufgabe 6 LUP-Zerlegung**

**(6 Punkte)**

Gegeben sei die folgende Matrix  $A \in \mathbb{R}^{3 \times 3}$ :

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 2 & 6 \\ 5 & 4 & 8 \\ 5 & 2 & 0 \end{pmatrix}$$

a) Zeigen Sie, dass die folgenden Matrizen  $P$ ,  $L$  und  $U$  die LUP-Zerlegung von  $A$  bilden.

$$P = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \quad L = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & -1 & 1 \end{pmatrix}, \quad U = \begin{pmatrix} 5 & 4 & 8 \\ 0 & 2 & 6 \\ 0 & 0 & -2 \end{pmatrix}$$

- b) Betrachten Sie nun den LUP-Algorithmus. Folgende Abbildung zeigt zuletzt den Zustand nach Pivotisierungsschritt 1. Führen Sie den LUP-Algorithmus bis zum Ende durch, und geben Sie dabei alle weiteren Schritte als markierte Matrix an (wie in der Vorlesung)!

$$\left( \begin{array}{c|ccc} 1 & 0 & 2 & 6 \\ 2 & \mathbf{5} & 4 & 8 \\ 3 & 5 & 2 & 0 \end{array} \right) \xrightarrow{\text{Pivotisierung}} \left( \begin{array}{c|ccc} 2 & \mathbf{5} & 4 & 8 \\ 1 & 0 & 2 & 6 \\ 3 & 5 & 2 & 0 \end{array} \right)$$

**Aufgabe 7 Least-Squares**

**(8 Punkte)**

Gegeben seien die folgenden Datenpunkte:

$$\{(-2/5), (0/1), (1/2)\}$$

- a) Berechnen Sie unter Angabe der Rechenschritte die quadratische Least-Squares-Ausgleichskurve  $F(x)$ ! Wie lautet der Fachausdruck für die Ausgangs-Matrix?
- b) Zusätzlich zu den gegebenen Datenpunkten sollen nun weitere (potentiell verrauschte) Datenpunkte hinzukommen. Was für eine Art von Lösung würde man nun berechnen, und geben Sie dafür auch eine Formel an. Wie würde man diese Art von Lösung dann tatsächlich berechnen? Geben Sie auch hierfür eine Formel sowie ihren Namen an.