Technische Universität München
Institut für Informatik I-16
Dr. Tobias Lasser
Matthias Wieczorek

SoSe 2015
Lösungsblatt 1
22. April 2015

Algorithmen und Datenstrukturen

Aufgabe 1 Zahldarstellung (Beispiellösung)

a) (i) $1234_{10} = 10011010010_2$
(ii) $1234_{16} = 4660_{10} = 1001000110100_2$
(iii) $348_{10} = 101011100_2$
(iv) $229_{10} = 11100101_2$
(v) $825_{10} = 1100111001_2$
(vi) $ABC_{16} = 2748_{10} = 101010111100_2$
(vii) $14D_{16} = 333_{10} = 101001101_2$
(viii) $934_{10} = 1110100110_2$
(ix) $523_{16} = 1315_{10} = 101001000011_2$
(x) $10A_{16} = 266_{10} = 100001010_2$
(xi) $842_{10} = 1101001010_2$
(xii) $192_{16} = 402_{10} = 110010010_2$

b) (i) $101100100100_2 = 2852_{10}$
(ii) $111100000011_2 = 3843_{10}$
(iii) $CAFE_{16} = 51.966_{10}$
(iv) $15_{16} = 21_{10}$

c) (i) $100100101111_2 = 2351_{10} = 92F_{16}$
(ii) $101101000_2 = 720_{10} = 2D0_{16}$
(iii) $8372_{10} = 20B4_{16}$
(iv) $10_{10} = A_{16}$

d) (i) -4_{10}, $n = 4$
$\Rightarrow 1100_2$
(ii) -17_{10}, $n = 4$
$\Rightarrow$ *nicht darstellbar!*
(iii) -17_{10}, $n = 8$
$\Rightarrow 11101111_2$
(iv) -133_{10}, $n = 8$
$\Rightarrow$ *Überlauf!*
(v) -67_{10}, $n = 8$
$\Rightarrow 10111101_2$
(vi) -35_{10}, $n = 8$
$\Rightarrow 11011101_2$

e) (i) `unsigned short`
$\Rightarrow [0, 2^{16} - 1]$
(ii) `signed long`
$\Rightarrow [-2^{31}, 2^{31} - 1]$
(iii) $n = 5$, vorzeichenlos
$\Rightarrow [0, 2^5 - 1]$
(iv) $n = 7$, vorzeichenbehaftet
$\Rightarrow [-2^6, 2^6 - 1]$

f) (i) 98_{10} dezimal
$\Rightarrow 2$
(ii) 45_{10} binär
$\Rightarrow 6$
(iii) 123_{10} hexadezimal
$\Rightarrow 2$
(iv) 93_{10} binär
$\Rightarrow 7$

g) (i) $5453.289 \rightsquigarrow s = 0, m = 5.45, e = 3$
$5452.183 \rightsquigarrow s = 0, m = 5.45, e = 3$

(ii) $934{,}917{,}234{,}384.293 \rightsquigarrow$ *Nicht darstellbar!*

(iii)
i. -253.192
$\rightsquigarrow s = 1, m = 2.53192, e = 2$
ii. 9302.345
$\rightsquigarrow s = 0, m = 9.302345, e = 3$
iii. -583.194
$\rightsquigarrow s = 1, m = 5.83194, e = 2$
iv. 0.0002039
$\rightsquigarrow s = 0, m = 2.039, e = -4$
v. 42.012
$\rightsquigarrow s = 0, m = 4.2012, e = 1$
vi. 10294.284
$\rightsquigarrow s = 0, m = 1.0294284, e = 4$

(iv)
i. $\pi = 3.1415926536...$
$\rightsquigarrow s = 0, m = 3.142, e = 0$
ii. $r_1 = 978.654$
$\rightsquigarrow s = 0, \mathbf{m} = \mathbf{9.787}, e = 2$
iii. $A = 3.142 \cdot 978.7 \cdot 978.7 = 3{,}009{,}576.294$ (statt $3{,}008{,}903.2521...$)
$\rightsquigarrow s = 0, m = 3.010, e = 6$
iv. $r_2 = \sqrt{\frac{3{,}010{,}000}{3.142}} = 978.7688912...$ (statt 978.654)
$\rightsquigarrow s = 0, \mathbf{m} = \mathbf{9.788}, e = 2$
v. $r_1 \neq r_2$!

Aufgabe 2 Boolsche Logik (Beispiellösung)

a) NAND (NOT-AND, $\uparrow$):

a	b	$a \uparrow b = \neg(a \wedge b)$
0	0	1
0	1	1
1	0	1
1	1	0

NOT ($\neg$): $\neg a = a \uparrow a$:

a	$a \uparrow a$	$\neg a$
0	1	1
1	0	0

AND ($\wedge$) als NOT-NAND: $a \wedge b = \neg(a \uparrow b) = (a \uparrow b) \uparrow (a \uparrow b)$:

a	b	$a \uparrow b$	$(a \uparrow b) \uparrow (a \uparrow b)$	$a \wedge b$
0	0	1	0	0
0	1	1	0	0
1	0	1	0	0
1	1	0	1	1

OR ($\vee$) mittels De-Morgan $\neg(a \vee b) = (\neg a) \wedge (\neg b)$ und NOT:

$$\begin{aligned} a \vee b &= \neg((\neg a) \wedge (\neg b)) \\ &= (\neg a) \uparrow (\neg b) \\ &= (a \uparrow a) \uparrow (b \uparrow b) \end{aligned}$$

a	b	$a \uparrow a$	$b \uparrow b$	$(a \uparrow a) \uparrow (b \uparrow b)$	$a \vee b$
0	0	1	1	0	0
0	1	1	0	1	1
1	0	0	1	1	1
1	1	0	0	1	1

NOR (NOT-OR, $\downarrow$):

a	b	$a \downarrow b = \neg(a \vee b)$
0	0	1
0	1	0
1	0	0
1	1	0

NOT ($\neg$): $\neg a = a \downarrow a$

OR ($\vee$) als NOT-OR: $a \vee b = \neg(a \downarrow b) = (a \downarrow b) \downarrow (a \downarrow b)$

AND ($\wedge$) mittels De-Morgan $\neg(a \wedge b) = (\neg a) \vee (\neg b)$ und NOT:

$$\begin{aligned} a \wedge b &= \neg((\neg a) \vee (\neg b)) \\ &= (\neg a) \downarrow (\neg b) \\ &= (a \downarrow a) \downarrow (b \downarrow b) \end{aligned}$$

Tabellen für NOR analog.

b) Betrachte De-Morgan für NAND:

$$\neg(a \wedge b) = (\neg a) \vee (\neg b)$$

a	b	$a \wedge b$	$\neg(a \wedge b)$	$\neg a$	$\neg b$	$(\neg a) \vee (\neg b)$
0	0	0	1	1	1	1
0	1	0	1	1	0	1
1	0	0	1	0	1	1
1	1	1	0	0	0	0

Analog für De-Morgan für NOR: $\neg(a \vee b) = (\neg a) \wedge (\neg b)$

c) XOR (eXklusives OR, $\oplus$):

a	b	$a \wedge b$	$\neg(a \wedge b)$	$a \vee b$	$\neg(a \wedge b) \wedge (a \vee b)$	$a \oplus b$
0	0	0	1	0	0	0
0	1	0	1	1	1	1
1	0	0	1	1	1	1
1	1	1	0	1	0	0

d) (i) $a \vee c = 1$ (ii) $b \wedge c = 0$

$\Rightarrow$ Lazy Evaluation!

Aufgabe 3 Algorithmen (Beispiellösung)

a) $x = -3$**:** Undefiniert (“Dangling Else”).
$x = 7$**:** Ausgabe: “$x \leq 0$”.

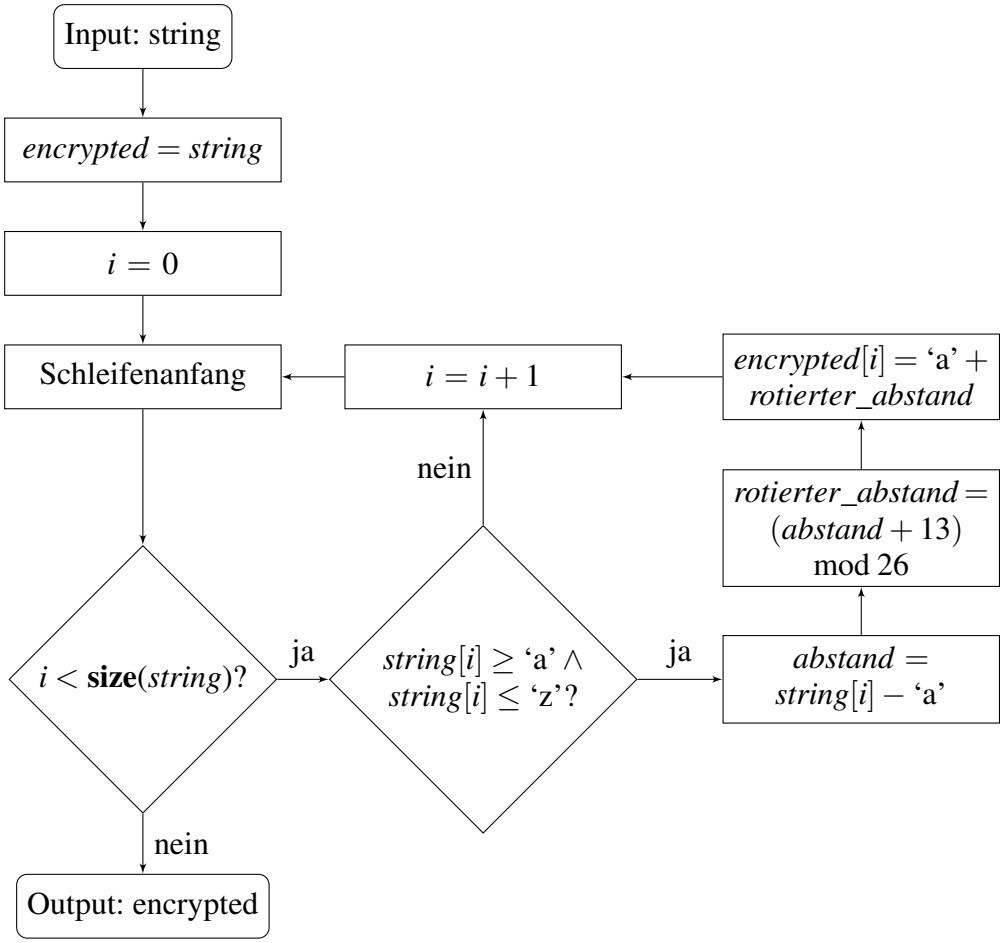
b)
```
funktion(n):
    hilfsfunktion(1, n);

hilfsfunktion(i, n):
    if (i ≤ n) {
        print(i);
        hilfsfunktion(i + 1, n);
    }
```

c)
```
checked = 0;
while (i mod 2 == 1 ∧ ¬checked) {
    print("ungerade!");
    checked = 1;
}
```

d) (i)
```
// Die Funktion 'verschlüsselt' einen gegebenen Text (in kleinen Buchstaben!) mittels
// ROT13. Dabei wird jedes Zeichen durch dasjenige ersetzt, das 13 Zeichen weiter
// hinten im Alphabet steht.
// Kommentare, sinnvolle Namen und Struktur machen das Verständnis leicher!
rot13(string):
    // Kopiere die Eingabenachricht
    // (Elementarer Verarbeitungsschritt)
    encrypted = string;

    // Laufe mit Index i über alle Zeichen der Nachricht
    // (Wiederholung)
    for i = 0 to size(string)−1 {
        // Prüfe, ob Zeichen bei i im Bereich 'a' bis 'z' liegt. Diese Bedingung
        // nutzt die Konversion von Schriftzeichen zu Zahlen über die ASCII-
        // Tabelle, in der 'a' bis 'z' hintereinander sortiert sind.
        // (Bedingter Verarbeitungsschritt)
        if (string[i] ≥ 'a' ∧ string[i] ≤ 'z') {
            // Berechne den Abstand des Zeichens zu 'a'
            // (Elementarer Verarbeitungsschritt)
            abstand = string[i] − 'a';

            // 'Rotiere' diesen Abstand um 13 Zeichen; der Teilungsrest hält uns
            // im Bereich der 26 Buchstaben.
            // (Elementarer Verarbeitungsschritt)
            rotierter_abstand = (abstand + 13) mod 26;

            // Der Abstand ist relativ zum Zeichen 'a'
            // (Elementarer Verarbeitungsschritt)
            encrypted[i] = 'a' + rotierter_abstand;
        }
    }

    // Gebe die verschlüsselte Nachricht zurück
    // (Elementarer Verarbeitungsschritt)
    return encrypted;
```

rot13(*string*)

encrypted = *string*	
i = 0	
i < **size**(*string*)?	
string[*i*] ≥ ‘a’ ∧ *string*[*i*] ≤ ‘z’?	
ja	nein
abstand = *string*[*i*] − ‘a’	∅
rotierter_abstand = (*abstand* + 13) mod 26	
encrypted[*i*] = ‘a’ + *rotierter_abstand*	
i = *i* + 1	
encrypted	



(ii)
```
// Die Funktion extrahiert das größte Element eines Arrays.
max_value(array):
    // Prüfe, ob Array leer ist.
    // (Bedingter Verarbeitungsschritt)
    if (size(array) ≤ 0)
        // (Elementarer Verarbeitungsschritt)
        return −∞;

    // Initialisiere größtes Element auf Wert des ersten Elements.
    // (Elementarer Verarbeitungsschritt)
    x = array[0];

    // Laufe mit Index i über alle Elemente des Arrays
```

```
// (Wiederholung)
for i = 0 to size(array)−1 {
    // Prüfe, ob das aktuelle Element größer als das größte bekannte Element
    // ist.
    // (Bedingter Verarbeitungsschritt)
    if (array[i] > x)
        // Speichere dieses Element.
        // (Elementarer Verarbeitungsschritt)
        x = array[i];

}

// Gebe das größte Element zurück
// (Elementarer Verarbeitungsschritt)
return x;
```