

Name: Vorname: Matr.-Nr.:

Technische Universität München
Fakultät für Informatik, I-16
Dr. Tobias Lasser

SoSe 2016
25. Mai 2016

Probeklausur zu Algorithmen und Datenstrukturen

Allgemeine Hinweise

- Die Angabe besteht aus 3 Seiten. Stellen Sie sicher, dass Ihr Exemplar vollständig ist, und **prüfen Sie alle Seiten auf Aufgaben!**
- Sie haben 45 Minuten Zeit für die Bearbeitung der Aufgaben, von 09:45 bis 10:30 Uhr.

Aufgabe 1 Rechnen mit Landau-Symbolen

(5 Punkte)

Untersuchen Sie, ob folgende Behauptung wahr ist, und begründen Sie Ihre Aussage unter Angabe passender Konstanten.

$$-\frac{4}{n^2} + \frac{5}{n} + 5 = O(1)$$

Aufgabe 2 Boolesche Logik

(7 Punkte)

Gegeben sei die Funktion:

$$f : \begin{cases} \mathbb{B} \times \mathbb{B} \times \mathbb{B} & \rightarrow & \mathbb{B} \\ (x_0, x_1, x_2) & \mapsto & \begin{cases} 1, & \text{falls Binärzahl } [x_2x_1x_0]_2 \text{ keine Primzahl ist} \\ 0, & \text{sonst} \end{cases} \end{cases}$$

Zeigen Sie mittels einer Wahrheitstabelle, wie in Vorlesung und Übung behandelt, dass der folgende logische Ausdruck gilt:

$$f(x_0, x_1, x_2) = (\neg x_0 \wedge \neg x_1 \wedge \neg x_2) \vee (x_0 \wedge \neg x_1 \wedge \neg x_2) \vee (\neg x_0 \wedge \neg x_1 \wedge x_2) \vee (\neg x_0 \wedge x_1 \wedge x_2)$$

Geben Sie dabei für jeden durch Klammern umschlossenen Term eine eigene Spalte an!

Hinweis: Eine Primzahl ist eine natürliche Zahl $n \in \mathbb{N}$, $n > 1$, die nur durch sich selbst und durch 1 ganzzahlig teilbar ist.

Aufgabe 3 Zahldarstellung

(4 Punkte)

Konvertieren Sie die Zahl 7_{10} in eine 4-bit Binärzahl. Berechnen Sie dann das 2-Komplement dieser 4-bit Binärzahl. Warum lässt sich das entstandene Bitmuster in der 2-Komplement-Darstellung als negative Zahl interpretieren?

Aufgabe 4 Sequentielle Liste

(2 Punkte)

Gegeben sei ein Feld A implementiert als sequentielle Liste (Array). Was ist die Komplexität der Einfüge-Operation `insert` und der Zugriffs-Operation `elementAt`?

Aufgabe 5 Stack

(3 Punkte)

Nennen Sie kurz *eine* Methode, um den abstrakten Datentyp Stack mittels elementarer Datenstrukturen zu implementieren. Was sind dann jeweils die Komplexitäten der Operation `push` und `pop`?

Aufgabe 6 Verifikation

(6 Punkte)

Gegeben sei ein Feld von reellen Zahlen $X[0..n-1]$ der Länge n . Die Funktion **Mean**(X) soll den Mittelwert \bar{X} von X berechnen,

$$\bar{X} = \frac{1}{n} \sum_{i=0}^{n-1} X[i]$$

Nachfolgend der Pseudocode der Funktion **Mean**(X). Hierbei sind die in geschweiften Klammern eingeschlossenen Bezeichner $\{C_k\}$, wie aus Vorlesung und Übung gewohnt, Platzhalter für logische Bedingungen, die zur Verifikation benötigt werden.

Mean(X):

$\{C_0\}$

$meanval = 0;$

$i = 0;$

$\{C_1\}$

while ($i < n$) {

$\{C_2\}$

$meanval = meanval + \frac{X[i]}{n};$

$i = i + 1;$

$\{C_3\}$

 }

return $meanval;$

$\{C_4\}$

- Geben Sie jeweils eine geeignete Vor- und Nachbedingung C_0 bzw. C_4 der Funktion **Mean**(X) an!
- Geben Sie eine geeignete Schleifeninvariante P für die Schleife **while** ($i < n$) { ... } an! Was ist die Vorbedingung C_1 dieser Schleife?
- Welche drei Bedingungen müssen überprüft werden, damit die Korrektheit der **while** Schleife mittels der Invariante P gezeigt werden kann? Zeigen Sie, dass diese drei Bedingungen in diesem Fall erfüllt sind!

Hinweis: Sie können hierzu die Vorbedingungs-Platzhalter C_1, C_2, C_3, C_4 verwenden.

Aufgabe 7 Sortieren

(7 Punkte)

- a) Geben Sie einen Sortier-Algorithmus an, der im Mittel mit Komplexität $O(n \log n)$ sortiert! Nach welchem Algorithmen-Muster wurde dieser Algorithmus entworfen?
- b) Gegeben sei eine bereits sortierte Liste von natürlichen Zahlen der Länge n . In diese Liste soll nun ein weiteres Element einsortiert werden. Schlagen Sie einen möglichst effizienten Algorithmus für diese Aufgabe vor und geben Sie dessen Komplexität an.
- c) Skizzieren Sie (durch Angabe des Zustandes nach jedem Durchlauf der Hauptschleife), wie der *Quick Sort* die folgende Zahlenreihe sortieren würde! Wählen Sie als Pivot-Element stets das erste Element.

5 , 7 , 1 , 9 , 3