

Name:  Vorname:  Matr.-Nr.:

Technische Universität München  
Fakultät für Informatik, I-16  
Dr. Tobias Lasser

SoSe 2016  
13. Juli 2016

## Musterklausur zu Algorithmen und Datenstrukturen

### Allgemeine Hinweise

- Die Angabe besteht aus 3 Seiten. Stellen Sie sicher, dass Ihr Exemplar vollständig ist, und **prüfen Sie alle Seiten auf Aufgaben!**
- Sie haben 45 Minuten Zeit für die Bearbeitung der Aufgaben, von 09:50 bis 10:35 Uhr.

### Aufgabe 1 Sortieren mit Heap Sort

(11 Punkte)

Die sequentielle Liste

46, 26, 40, 30, 25, 42, 29

soll mit (*Min-*)Heap Sort sortiert werden!

Geben Sie den Zustand der sequentiellen Liste während der **buildMinHeap** Operation nach jedem Aufruf von **minHeapify** an, sowie während der Sortierung nach jedem **extractMin**!

### Aufgabe 2 KMP-Präfixtabelle

(7 Punkte)

Geben Sie die jeweiligen Präfixtabellen aus dem Knuth-Morris-Pratt Algorithmus zu folgenden Suchmustern an!

a) 

B	A	D	B	A	B	A	D	B	C
---	---	---	---	---	---	---	---	---	---

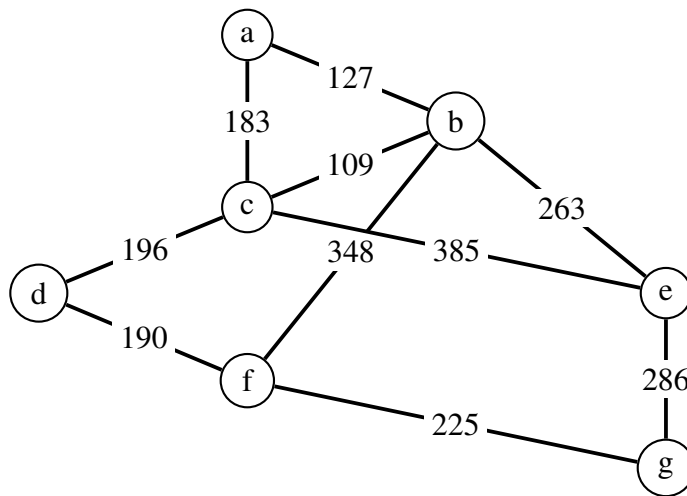
b) 

A	B		A	C	B
---	---	--	---	---	---

**Aufgabe 3 Graphen**

**(12 Punkte)**

Gegeben sei der nebenstehende Graph:



- a) Geben Sie die Adjazenzmatrix an! Lassen Sie dabei Felder, die nicht existierenden Kanten entsprechen, **frei!**
- b) Geben Sie mindestens drei Eigenschaften dieses Graphen an!
- c) Sie sollen nun die kostengünstigste Vernetzung aller Knoten ermitteln.

- Nennen Sie zunächst einen geeigneten Algorithmus aus der Vorlesung.
- Führen Sie dann diesen Algorithmus auf  $G$  aus. Wählen Sie hierbei  $g$  als Startknoten, und geben Sie den jeweiligen Zustand des Algorithmus nach jedem Schritt in Form der Prioritätswarteschlange  $Q$  an.

Zur Verdeutlichung hier der Anfangszustand (Initialisierung des Algorithmus) in der gewünschten Form:

$$Q = \{(g, 0), (a, \infty), (b, \infty), (c, \infty), (d, \infty), (e, \infty), (f, \infty)\}$$

- Skizzieren Sie am Ende das berechnete optimale Netzwerk als Graph.

**Aufgabe 4 AVL-Bäume**

**(8 Punkte)**

- a) Repräsentiert das folgende Array einen AVL-Baum?

$$8, 6, 12, 3, 7, 13, [], 2, 5$$

Begründen Sie Ihre Antwort und zeichnen Sie die Baumstruktur! Durch welche konkreten Operationen wäre ggf. die AVL-Eigenschaft herzustellen?

- b) Kann mittels binärer Suche der **dritt-größte** Wert in einem AVL-Baum gefunden werden (begründen Sie Ihre Antwort!)? Wenn ja, welche Komplexität hat der entsprechende Algorithmus?

**Aufgabe 5 Matrix-Zerlegung**

**(7 Punkte)**

Gegeben sei die folgende Matrix  $A \in \mathbb{R}^{3 \times 2}$ :

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 0 & -4 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}.$$

- a) Definieren die folgenden Matrizen  $U, S, V$  eine gültige SVD-Zerlegung von  $A$ ? Begründen Sie Ihre Antwort!

$$U = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \quad S = \begin{pmatrix} 4 & 0 \\ 0 & 2 \end{pmatrix}, \quad V = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$$

- b) Betrachten Sie nun die Matrix  $B \in \mathbb{R}^{4 \times 4}$ :

$$B = \begin{pmatrix} 2 & -2 & 1 & 3 \\ -2 & 1 & 0 & 0 \\ -4 & 2 & -2 & 3 \\ -2 & -1 & 0 & 10 \end{pmatrix}.$$

Führen Sie auf  $B$  die ersten **zwei** Iterationen des *LUP-Algorithmus* aus der Vorlesung in-place durch, und geben Sie dabei zu jeder Iteration jeweils separat die Ergebnisse des Pivottisierungsschrittes und des Teilerlegungsschrittes an.

**Aufgabe 6 Least-Squares**

**(8 Punkte)**

Gegeben seien die folgenden Datenpunkte:

$$\{(-2/5), (0/1), (1/2)\}$$

- a) Berechnen Sie unter Angabe der Rechenschritte die quadratische Least-Squares-Ausgleichskurve  $F(x)$ ! Wie lautet der Fachausdruck für die Ausgangs-Matrix?
- b) Zusätzlich zu den gegebenen Datenpunkten sollen nun weitere (potentiell verrauschte) Datenpunkte hinzukommen. Was für eine Art von Lösung würde man nun berechnen, und geben Sie dafür auch eine Formel an. Wie würde man diese Art von Lösung dann tatsächlich berechnen? Geben Sie auch hierfür eine Formel sowie ihren Namen an.