

# Aufgabe 5

Note Title

6/29/2016

$$a) A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ -2 & 2 \end{pmatrix}$$

$$A^{-1} = \frac{1}{\det(A)} \operatorname{adj}(A)$$

$\operatorname{adj}(A)$ : Adjunkte der Matrix  $A$ , Transponierte der Kofaktormatrix

$$\operatorname{adj}(A) = \begin{pmatrix} 2 & 2 \\ -2 & 1 \end{pmatrix}^T = \begin{pmatrix} 2 & -2 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}$$

$$A^T = \begin{pmatrix} 1 & -2 \\ 2 & 2 \end{pmatrix}$$

$$\det(A) = \begin{vmatrix} 1 & 2 \\ -2 & 2 \end{vmatrix} = 1 \cdot 2 - (-2) \cdot 2 = 6$$

$$A^{-1} = \frac{1}{6} \begin{pmatrix} 2 & -2 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}$$

b,

$$A = \begin{pmatrix} 4,0 & -2,0 & 1,0 \\ 1,0 & -4,0 & -2,0 \\ 10,0 & -5,0 & 2,5 \end{pmatrix}$$

$$= 4 \cdot (-4) \cdot 2,5 + (-2) \cdot (-2) \cdot 10 + 1 \cdot 1 \cdot (-5) - 10 \cdot (-4) \cdot 1 - 1 \cdot (-2) \cdot 2,5 - 4 \cdot (-5) \cdot (-2)$$

$$= -40 + 40 - 5 + 40 + 5 - 40$$

$$= 0$$

c)

$$\left( \begin{array}{ccc|ccc} 1 & 2 & 3 & 1 & 0 & 0 \\ 2 & 5 & 3 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 8 & 0 & 0 & 1 \end{array} \right)$$

⋮

$$A^{-1} = \begin{pmatrix} -40 & 16 & 9 \\ 13 & -5 & -3 \\ 5 & -2 & -1 \end{pmatrix}$$

# Aufgabe 6

c, zu zeigen  $Q^{-1} = Q^T$

$$Q^{-1} = \frac{1}{\det(Q)} \cdot \text{adj}(Q)$$

$$\text{adj}(Q) = \text{Cof}(Q)^T = \tilde{Q}^T = \begin{pmatrix} \tilde{q}_{11} & \tilde{q}_{12} & \dots & \tilde{q}_{1n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \tilde{q}_{n1} & \tilde{q}_{n2} & \dots & \tilde{q}_{nn} \end{pmatrix}$$

$$\tilde{q}_{ij} = (-1)^{i+j} \cdot \det \begin{pmatrix} q_{11} & \dots & q_{1,j-1} & \dots & q_{1,n} \\ \vdots & & \vdots & & \vdots \\ q_{i-1,n} & \dots & q_{i-1,j-1} & \dots & q_{i-1,n} \\ q_{i+1,1} & \dots & q_{i+1,j-1} & \dots & q_{i+1,n} \\ \vdots & & \vdots & & \vdots \\ q_{n1} & \dots & q_{n,j-1} & \dots & q_{n,n} \end{pmatrix}$$

$$\Rightarrow \text{adj}(Q) = \begin{pmatrix} \det \begin{pmatrix} 5 & 1 \\ 1 & 2 \end{pmatrix} & -\det \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 4 & 2 \end{pmatrix} & \det \begin{pmatrix} 2 & 5 \\ 4 & 1 \end{pmatrix} \\ -\det \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 1 & 2 \end{pmatrix} & \det \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 4 & 2 \end{pmatrix} & -\det \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 4 & 1 \end{pmatrix} \\ \det \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 5 & 1 \end{pmatrix} & -\det \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 2 & 1 \end{pmatrix} & \det \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 5 \end{pmatrix} \end{pmatrix}^T$$

$$= \begin{pmatrix} 9 & 0 & -18 \\ -1 & -10 & 7 \\ -13 & 5 & 1 \end{pmatrix}^T$$

$$= \begin{pmatrix} 9 & -1 & -13 \\ 0 & -10 & 5 \\ -18 & 7 & 1 \end{pmatrix}$$

$$\Rightarrow Q^{-1} = \frac{1}{-45} \begin{pmatrix} 9 & -1 & -13 \\ 0 & -10 & 5 \\ -18 & 7 & 1 \end{pmatrix} \neq Q^T$$
$$Q^T = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 4 \\ 2 & 5 & 1 \\ 3 & 1 & 2 \end{pmatrix}$$

$\Rightarrow$  keine gültige QR-Zerlegung