Algorithmen und Datenstrukturen (für ET/IT)

Sommersemester 2017

Dr. Stefanie Demirci

Computer Aided Medical Procedures
Technische Universität München

Organisatorisches

- Vorlesung online:
  - Webseite:
    `http://campar.in.tum.de/Chair/TeachingSs17AuD`
  - Moodle:
    `https://www.moodle.tum.de/course/view.php?id=32202`
- Feedback immer willkommen!
  - per Email `algods@mailnavab.in.tum.de`
  - per Diskussionsforum auf Moodle
  - in der Sprechstunde (nach Vereinbarung)
- Tutorfragestunden (Start: Nächste Woche)
  - Dienstag, 15:00 - 17:00, Raum N1039
  - Donnerstag, 8:00 - 9:30, Raum 0999

Programm heute

1. Einführung

2. Grundlagen von Algorithmen
   - Darstellung von Algorithmen
   - Elementare Bausteine
   - Logische Ausdrücke

Definition Algorithmus

M. Broy: Informatik: Eine grundlegende Einführung

„Ein Algorithmus ist ein Verfahren

- mit einer präzisen (d.h. in einer genau festgelegten Sprache abgefassten),
- endlichen Beschreibung,
- unter Verwendung
  - effektiver (d.h. tatsächlich ausführbarer),
  - elementarer (Verarbeitungs-) Schritte.“

$\longrightarrow$ wie beschreibt man Algorithmen?

Wie beschreibt man Algorithmen?

Algorithmus: bestimme Maximum von zwei Zahlen

- Input: Zahlen a, b
- Output: Zahl $x = \max(a, b)$

Problem: präzise Beschreibung der Schritte

Wie beschreibt man Algorithmen?

Algorithmus: bestimme Maximum von zwei Zahlen

- Input: Zahlen a, b
- Output: Zahl $x = \max(a, b)$

Problem: präzise Beschreibung der Schritte
Lösung: Pseudocode

```
Algorithmus: max(a,b)
Input:  a,b
   x=a
   Falls b>a dann
     x=b
   Ende Falls
Output:  x
```

Darstellung von Algorithmen I

Pseudocode

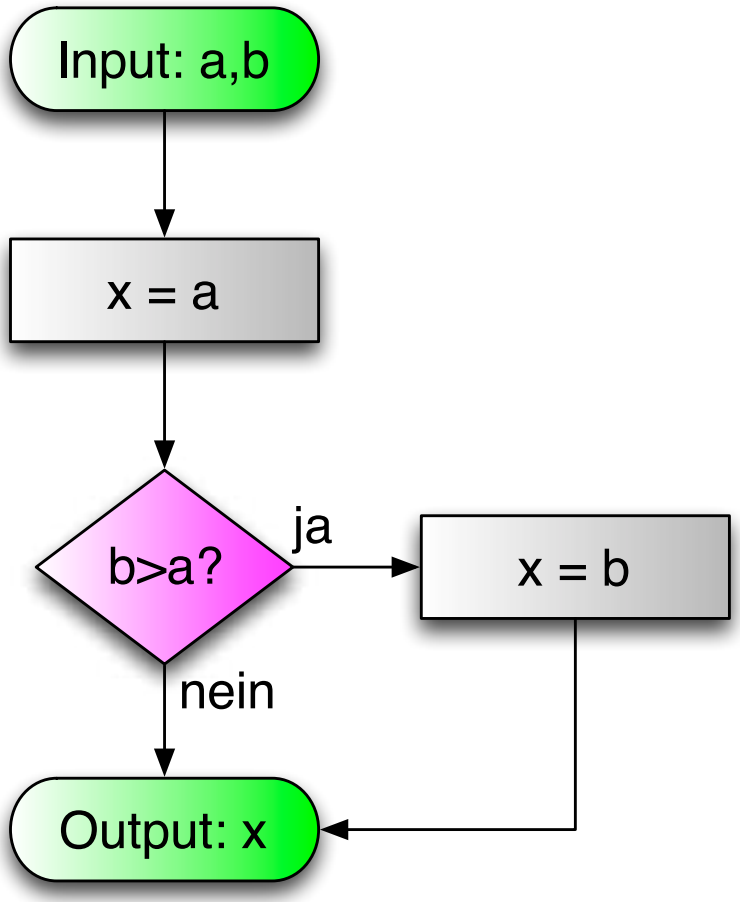
- informelle Veranschaulichung von Algorithmus
- nicht von Rechner ausführbar
- nicht standardisiert

```
Algorithmus: max(a,b)
Input:  a,b
   x=a
   Falls b>a dann
     x=b
   Ende Falls
Output:  x
```

Darstellung von Algorithmen II

Flussdiagramm

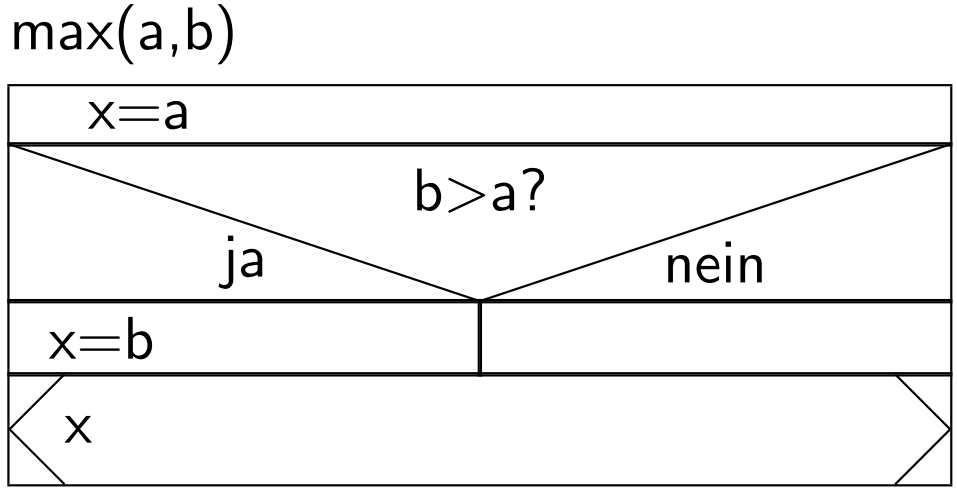
- graphische Darstellung als Ablaufdiagramm, nicht ausführbar
- normiert als DIN 66001



Darstellung von Algorithmen III

Struktogramm

- Diagramm zur Strukturdarstellung, nicht ausführbar
- eingeführt von Nassi/Shneiderman 1973, normiert als DIN 66261



Darstellung von Algorithmen IV

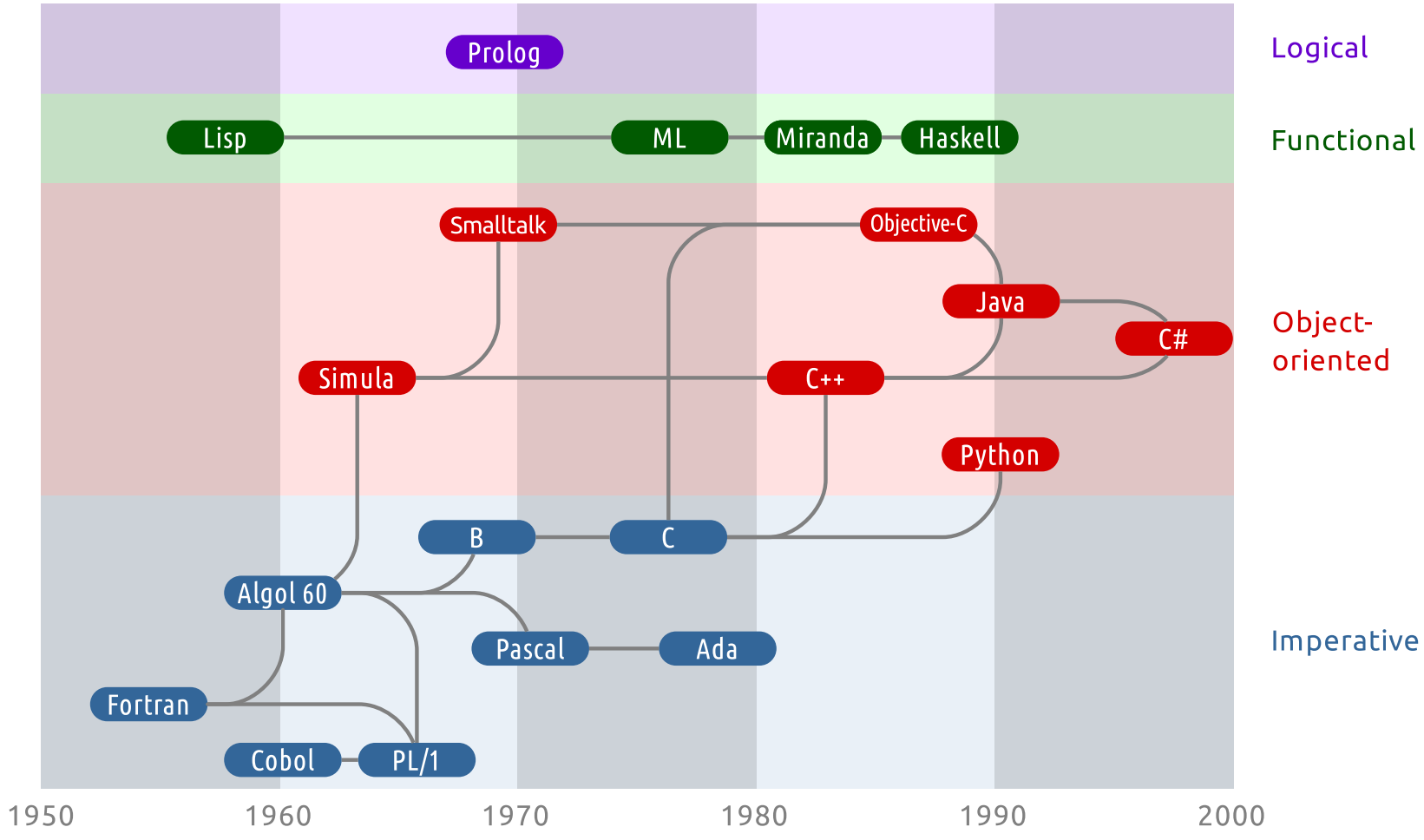
Programmiersprache

- formale Sprache zur Beschreibung von Algorithmen
- fest definierte Syntax
- ein Compiler/Interpreter wandelt Programm in ausführbare Form für Rechner um
- Beispiele: Assembler, C, Java

- Algorithmus in C:

```
int max(int a, int b)
{
    int x = a;
    if (b > a)
        x = b;
    return x;
}
```

Programmiersprachen Übersicht



Grafik von Alexandru Duliu.

Äquivalenz von Algorithmen-Beschreibungen

Churchsche These

Alle „vernünftigen“ Definitionen von Algorithmen sind äquivalent.

- alle gängigen Programmiersprachen leisten dasselbe
- jeder Computer ist äquivalent

- formal: berechenbare Funktionen, formale Sprachen, Automaten, Turing-Maschinen

$\longrightarrow$ theoretische Informatik

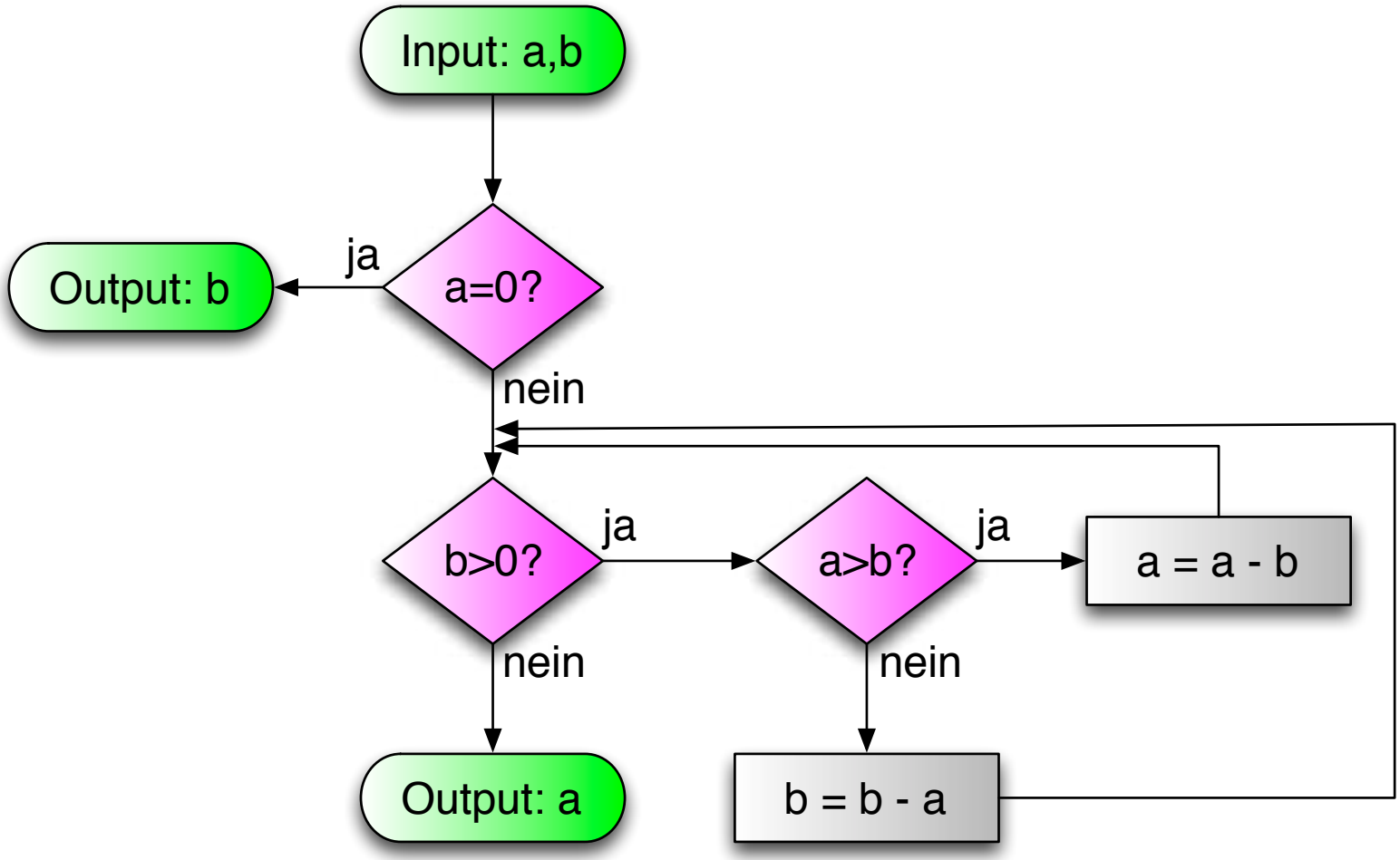
Euklidscher Algorithmus

Input: Natürliche Zahlen a, b
Output: $ggT(a, b)$

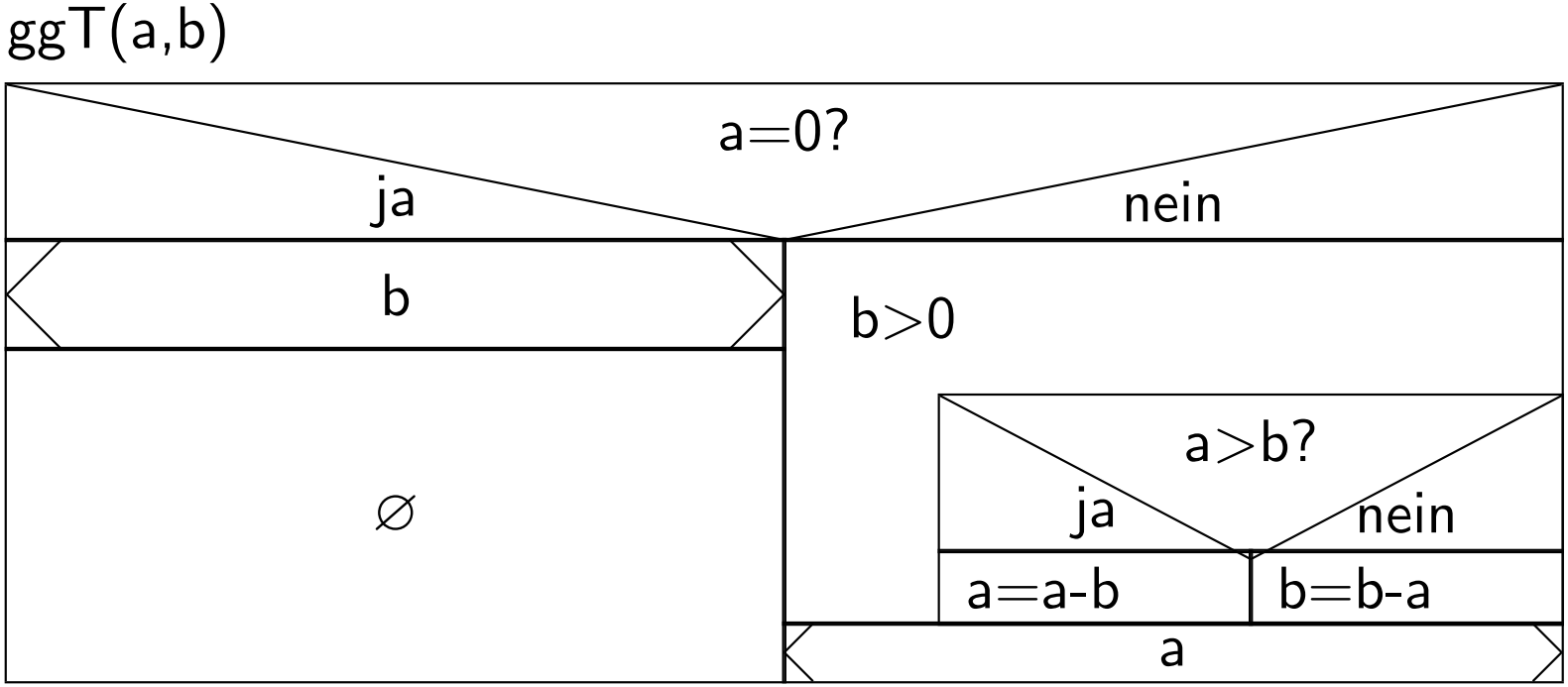
1. Falls $a = 0$ liefere b zurück
2. Solange $b > 0$ wiederhole
   - Falls $a > b$ setze $a = a - b$
   - sonst setze $b = b - a$
3. Liefere a zurück

$\longrightarrow$ das ist Pseudocode!

Euklidscher Algorithmus als Flussdiagramm



Euklidscher Algorithmus als Struktogramm



Euklidscher Algorithmus als Pseudocode

Nun mit Pseudocode-Konventionen der Vorlesung!

Input: natürliche Zahlen a,b
Output: ggT(a,b)

```
euklid(a,b):
    if (a==0)
        return b;
    while (b>0) { // Hauptschleife
        if (a>b)
            a = a - b;
        else
            b = b - a;
    }
    return a;
```

Euklidscher Algorithmus als C

```
int ggT(int a, int b)
{
    if (a==0)
        return b;
    while (b>0) {
        if (a>b)
            a = a - b;
        else
            b = b - a;
    }
    return a;
}
```

Euklidscher Algorithmus als Python

```
def ggT(a, b):
    if a == 0:
        return b
    while b > 0:
        if a > b:
            a = a - b
        else:
            b = b - a
    return a
```

Darstellung von Algorithmen in der Vorlesung

- viele Möglichkeiten der Darstellung!
  - alle vernünftigen Darstellungen sind äquivalent
  - jede Darstellung hat Vor- und Nachteile

- für die Vorlesung: Pseudocode im C Stil

- Zusatzmaterial für viele Beispiele aus der Vorlesung:
  - `http://www.brpreiss.com/books/opus7/`
  - Beispiele in:
    - Python
    - C++
    - Java
    - C#
    - und vieles mehr...

Programm heute

1. Einführung

2. Grundlagen von Algorithmen
   - Darstellung von Algorithmen
   - Elementare Bausteine
   - Logische Ausdrücke

Bausteine von Algorithmen

Elementare Bausteine

Alle berechenbaren Algorithmen lassen sich mit

vier elementaren Bausteinen

darstellen:

1. Elementarer Verarbeitungsschritt (z.B. Zuweisung an Variable)
2. Sequenz (elementare Schritte nacheinander)
3. Bedingter Verarbeitungsschritt (z.B. if/else)
4. Wiederholung (z.B. while-Schleife)

1. Elementarer Verarbeitungsschritt

- typischer, einzelner Verarbeitungsschritt
- Beispiele:
  - a = a - b // weist der Variable a den Wert a-b zu
  - **return** a // liefert den Wert von a zurück

- Achtung: manche Verarbeitungsschritte sehen elementar aus, sind es aber nicht!
  - sortiere Liste L // das ist nicht elementar!
  - finde kürzesten Pfad in Graph G // das ist nicht elementar!

2. Sequenz

- Sequenz ist eine Aneinanderreihung von elementaren Verarbeitungsschritten
- Abgrenzung der Schritte mittels Semikolon (;)

- Beispiel:

```
x = 5; // Zuweisung von Wert 5 an Variable x
x = x + 2; // Wert von x ist nun 7
```

- Um Ausnahmen zu vermeiden, wird Semikolon auch verwendet, wenn kein weiterer Schritt folgt

3. Bedingter Verarbeitungsschritt

- Ausführung des Verarbeitungsschrittes nur wenn Bedingung erfüllt ist
- Beispiel:

```
if (a>b) // Bedingung wird in Klammern notiert
   a = a - b;
```

- Weiteres Beispiel:

```
if (a>b)
   a = a - b;
else // falls Bedingung nicht erfüllt
   b = b - a;
```

- Einrückung verdeutlicht logische Ebenen

3. Bedingter Verarbeitungsschritt

- falls mehr als ein Verarbeitungsschritt bedingt ausgeführt werden soll, Markierung durch einen Block { ... } mit geschweiften Klammern

- Beispiel:

```
if (x == 0) {
   x = 5;
   x = x + 2;
} // if Block ist hier zu Ende
else {
   x = x - 1;
} // else Block ist hier zu Ende
```

- auch einzelne Schritte können in einen Block gefasst werden

4. Wiederholung

- wiederholte Ausführung von Verarbeitungsschritt/Block solange Bedingung erfüllt ist (auch while Schleife genannt)
- Beispiel:

```
while (x != 0) // Bedingung wird in Klammern notiert
  x = x - 1;
```

- Weiteres Beispiel:

```
while (b > 0) { // Block für mehrere Schritte
  if (a > b)
    a = a - b;
  else
    b = b - a;
} // while Block ist hier zu Ende
```

4. Wiederholung

Es gibt auch andere Schleifentypen:

- do-while Schleife:

```
do {
   x = x - 1;
} while (x != 0); // Vorsicht, kann Endlosschleife sein!
```

- for Schleife:

```
for i=1 to 10
   print(i); // gibt Wert von i aus
```

- Achtung, Syntax der for Schleife ist in C komplexer!

```
for (i=1; i <= 10; i++) // echte C Syntax
   print(i);
```

Bausteine von Algorithmen

Elementare Bausteine

Alle berechenbaren Algorithmen lassen sich mit

vier elementaren Bausteinen

darstellen:

1. Elementarer Verarbeitungsschritt
2. Sequenz
3. Bedingter Verarbeitungsschritt
4. Wiederholung

Beispiel: Euklidscher Algorithmus

- Einrücken und geschweifte Klammern { , } kennzeichnen Blockstruktur

```
euklid(a,b):
→ if (a==0)
→→ return b;
→ while (b>0) {
→→ if (a>b)
→→→ a = a - b;
→→ else
→→→ b = b - a;
→ }
→ return a; // == ggT(a,b)
```

Beispiel: Euklidscher Algorithmus

- Einrücken und geschweifte Klammern {, } kennzeichnen Blockstruktur
- Sequenz durch Semikolon ;

```
euklid(a,b):
    if (a==0)
        return b;
    while (b>0) {
      if (a>b)
          a = a - b;
      else
          b = b - a;
    }
    return a; // == ggT(a,b)
```

Beispiel: Euklidscher Algorithmus

- Einrücken und geschweifte Klammern {, } kennzeichnen Blockstruktur
- Sequenz durch Semikolon ;
- // bedeutet Rest der Zeile ist Kommentar (wird nicht ausgeführt)

```
euklid(a,b):
    if (a==0)
        return b;
    while (b>0) {
      if (a>b)
          a = a - b;
      else
          b = b - a;
    }
    return a; // == ggT(a,b)
```

Beispiel: Fibonacci Zahlen

Fibonacci Folge

Die Fibonacci Folge ist eine Folge natürlicher Zahlen $f_1, f_2, f_3, \ldots$, für die gilt

$$f_n = f_{n-1} + f_{n-2} \qquad \text{für } n \geq 3$$

mit Anfangswerten $f_1 = 1$, $f_2 = 1$.

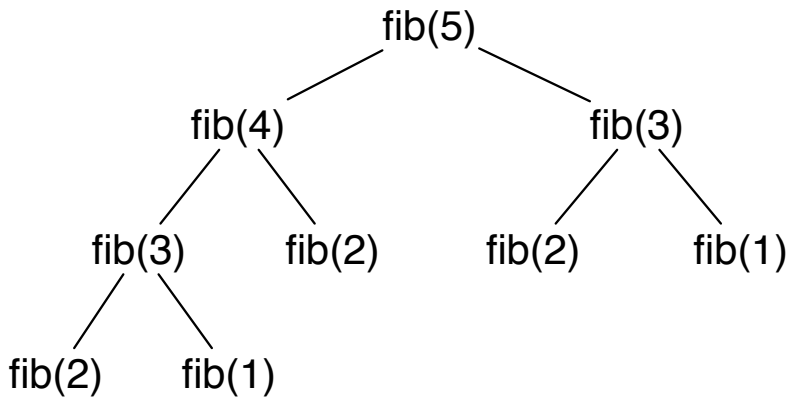
- eingesetzt von Leonardo Fibonacci zur Beschreibung von Wachstum einer Kaninchenpopulation
- Folge lautet: 1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, 34, 55, 89, ...
- berechenbar z.B. via Rekursion

Beispiel: Fibonacci Funktion

Input: Index n der Fibonacci Folge
Output: Wert f_n

```
fib(n):
    if (n == 1 || n == 2) {
        return 1;
    }
    else {
        // rekursiver Aufruf von fib()
        return fib(n − 1) + fib(n − 2);
    }
```

Aufrufstruktur für fib(5):



Programm heute

1. Einführung

2. Grundlagen von Algorithmen
   - Darstellung von Algorithmen
   - Elementare Bausteine
   - Logische Ausdrücke

George Boole

Englischer Mathematiker (1815-1864)

Logische Werte

Boolesche Logik: Logik mit zwei Werten

- Repräsentationen:
  - 1 und 0
  - W und F (in Englisch: T und F)
  - L und O
- Mengensymbol $\mathbb{B}$
  - $\mathbb{B} = \{0, 1\} = \{F, W\} = \{O, L\}$

Logische Werte und Verknüpfungen

„Grundrechenarten“ mit logischen Werten:

- Konjunktion: $\wedge : \ \mathbb{B} \times \mathbb{B} \to \mathbb{B}$
  - ähnlich zu Multiplikation bei Zahlen
  - auch bezeichnet als UND bzw. AND
- Disjunktion: $\vee : \ \mathbb{B} \times \mathbb{B} \to \mathbb{B}$
  - ähnlich zu Addition bei Zahlen
  - auch bezeichnet als ODER bzw. OR
- Negation: $\neg : \ \mathbb{B} \to \mathbb{B}$
  - auch bezeichnet als NICHT bzw. NOT

Wahrheitstabelle:

a	b	$a \wedge b$
0	0	0
0	1	0
1	0	0
1	1	1

a	b	$a \vee b$
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	1

a	$\neg a$
0	1
1	0

Weitere Verknüpfungen I

- NAND: $\uparrow$: $\mathbb{B} \times \mathbb{B} \to \mathbb{B}$
  - $a \uparrow b = \neg(a \wedge b)$
  - mit NAND lassen sich NOT, OR, AND erzeugen
- NOR: $\downarrow$: $\mathbb{B} \times \mathbb{B} \to \mathbb{B}$
  - $a \downarrow b = \neg(a \vee b)$
  - mit NOR lassen sich ebenso NOT, OR, AND erzeugen
- XOR: $\oplus$: $\mathbb{B} \times \mathbb{B} \to \mathbb{B}$
  - auch exklusiv oder genannt
  - erzeugbar aus $\neg(a \wedge b) \wedge (a \vee b)$ (siehe Übung)

Wahrheitstabelle:

a	b	$a \uparrow b$
0	0	1
0	1	1
1	0	1
1	1	0

a	b	$a \downarrow b$
0	0	1
0	1	0
1	0	0
1	1	0

a	b	$a \oplus b$
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	0

Weitere Verknüpfungen II

- Implikation: $\Rightarrow$: $\mathbb{B} \times \mathbb{B} \to \mathbb{B}$
  - oft verwendet für mathematische Sätze: „a impliziert b“, „aus a folgt b“
  - Beispiel: „aus $n < 3$ folgt $n < 5$“
  - erzeugbar aus $\neg a \vee b$

Wahrheitstabelle:

a	b	$a \Rightarrow b$
0	0	1
0	1	1
1	0	0
1	1	1

- Äquivalenz: $\Leftrightarrow$: $\mathbb{B} \times \mathbb{B} \to \mathbb{B}$
  - oft verwendet für mathematische Sätze: „a gilt genau dann, wenn b gilt“, „a und b sind äquivalent“
  - Beispiel: „f ist bijektiv genau dann, wenn f injektiv und surjektiv ist“
  - erzeugbar aus $(a \wedge b) \vee (\neg a \wedge \neg b)$

a	b	$a \Leftrightarrow b$
0	0	1
0	1	0
1	0	0
1	1	1

Rangfolge und Rechenregeln

Rangfolge:

- NICHT vor UND
- UND vor ODER

Beispiel:

$$\neg 0 \vee 1 \wedge 0 = (\neg 0) \vee (1 \wedge 0) = 1 \vee 0 = 1$$

De Morgan-Gesetze:

- $\neg(a \wedge b) = \neg a \vee \neg b$
- $\neg(a \vee b) = \neg a \wedge \neg b$

Logische Ausdrücke in Pseudocode und C

- logische Variablen: `bool a,b;`
- logische Werte: `true` und `false`
- NOT Operator: `!a`
- AND Operator: `a && b`
- OR Operator: `a || b`

Beispiele:

- `( (2 == 2) && (3 < 1) )`
  ergibt `(true && false)`, also `false`
- `( !(2 == 2) || (3 > 1) )`
  ergibt `(false || true)`, also `true`
- Kurzform für `!(2 == 2)` ist `(2 != 2)`

Zusammenfassung

1. Einführung

2. Grundlagen von Algorithmen
   - Darstellung von Algorithmen
   - Elementare Bausteine
   - Logische Ausdrücke