

## Algorithmen und Datenstrukturen

### Aufgabe 1 Zahldarstellung (Beispiellösung)

- a) (i)  $1234_{10} = 10011010010_2$  (vii)  $14D_{16} = 333_{10} = 101001101_2$   
(ii)  $1234_{16} = 4660_{10} = 1001000110100_2$  (viii)  $934_{10} = 1110100110_2$   
(iii)  $348_{10} = 101011100_2$  (ix)  $523_{16} = 1315_{10} = 10100100011_2$   
(iv)  $229_{10} = 11100101_2$  (x)  $10A_{16} = 266_{10} = 100001010_2$   
(v)  $825_{10} = 1100111001_2$  (xi)  $842_{10} = 1101001010_2$   
(vi)  $ABC_{16} = 2748_{10} = 101010111100_2$  (xii)  $192_{16} = 402_{10} = 110010010_2$
- b) (i)  $101100100100_2 = 2852_{10}$  (iii)  $CAFE_{16} = 51.966_{10}$   
(ii)  $111100000011_2 = 3843_{10}$  (iv)  $15_{16} = 21_{10}$
- c) (i)  $100100101111_2 = 2351_{10} = 92F_{16}$  (iii)  $8372_{10} = 20B4_{16}$   
(ii)  $101011010000_2 = 2768_{10} = AD0_{16}$  (iv)  $10_{10} = A_{16}$
- d) (i)  $-4_{10}, n = 4$  (iv)  $-133_{10}, n = 8$   
 $\Rightarrow 1100_2$   $\Rightarrow \text{Überlauf!}$   
(ii)  $-17_{10}, n = 4$  (v)  $-67_{10}, n = 8$   
 $\Rightarrow \text{nicht darstellbar!}$   $\Rightarrow 10111101_2$   
(iii)  $-17_{10}, n = 8$  (vi)  $-35_{10}, n = 8$   
 $\Rightarrow 11101111_2$   $\Rightarrow 11011101_2$
- e) (i) unsigned short (iii)  $n = 5$ , vorzeichenlos  
 $\Rightarrow [0, 2^{16} - 1]$   $\Rightarrow [0, 2^5 - 1]$   
(ii) signed long (iv)  $n = 7$ , vorzeichenbehaftet  
 $\Rightarrow [-2^{31}, 2^{31} - 1]$   $\Rightarrow [-2^6, 2^6 - 1]$
- f) (i)  $98_{10}$  dezimal (iii)  $123_{10}$  hexadezimal  
 $\Rightarrow 2$   $\Rightarrow 2$   
(ii)  $45_{10}$  binär (iv)  $93_{10}$  binär  
 $\Rightarrow 6$   $\Rightarrow 7$

- g) (i)  $5453.289 \rightsquigarrow s = 0, m = 5.45, e = 3$   
 $5452.183 \rightsquigarrow s = 0, m = 5.45, e = 3$   
(ii)  $934,917,234,384.293 \rightsquigarrow$  *Nicht darstellbar!*
- (iii) i.  $-253.192$  iv.  $0.0002039$   
 $\rightsquigarrow s = 1, m = 2.53192, e = 2$   $\rightsquigarrow s = 0, m = 2.039, e = -4$   
ii.  $9302.345$  v.  $42.012$   
 $\rightsquigarrow s = 0, m = 9.302345, e = 3$   $\rightsquigarrow s = 0, m = 4.2012, e = 1$   
iii.  $-583.194$  vi.  $10294.284$   
 $\rightsquigarrow s = 1, m = 5.83194, e = 2$   $\rightsquigarrow s = 0, m = 1.0294284, e = 4$
- (iv) i.  $\pi = 3.1415926536\dots$   
 $\rightsquigarrow s = 0, m = 3.142, e = 0$   
ii.  $r_1 = 978.654$   
 $\rightsquigarrow s = 0, m = \mathbf{9.787}, e = 2$   
iii.  $A = 3.142 \cdot 978.7 \cdot 978.7 = 3,009,576.294$  (statt  $3,008,903.2521\dots$ )  
 $\rightsquigarrow s = 0, m = 3.010, e = 6$   
iv.  $r_2 = \sqrt{\frac{3,010,000}{3.142}} = 978.7688912\dots$  (statt  $978.654$ )  
 $\rightsquigarrow s = 0, m = \mathbf{9.788}, e = 2$   
v.  $r_1 \neq r_2!$

## Aufgabe 2 Boolesche Logik (Beispiellösung)

a) NAND (NOT-AND,  $\uparrow$ ):

$a$	$b$	$a \uparrow b = \neg(a \wedge b)$
0	0	1
0	1	1
1	0	1
1	1	0

NOT ( $\neg$ ):  $\neg a = a \uparrow a$ :

$a$	$a \uparrow a$	$\neg a$
0	1	1
1	0	0

AND ( $\wedge$ ) als NOT-NAND:  $a \wedge b = \neg(a \uparrow b) = (a \uparrow b) \uparrow (a \uparrow b)$ :

$a$	$b$	$a \uparrow b$	$(a \uparrow b) \uparrow (a \uparrow b)$	$a \wedge b$
0	0	1	0	0
0	1	1	0	0
1	0	1	0	0
1	1	0	1	1

OR ( $\vee$ ) mittels De-Morgan  $\neg(a \vee b) = (\neg a) \wedge (\neg b)$  und NOT:

$$\begin{aligned} a \vee b &= \neg((\neg a) \wedge (\neg b)) \\ &= (\neg a) \uparrow (\neg b) \\ &= (a \uparrow a) \uparrow (b \uparrow b) \end{aligned}$$

$a$	$b$	$a \uparrow a$	$b \uparrow b$	$(a \uparrow a) \uparrow (b \uparrow b)$	$a \vee b$
0	0	1	1	0	0
0	1	1	0	1	1
1	0	0	1	1	1
1	1	0	0	1	1

NOR (NOT-OR,  $\downarrow$ ):

$a$	$b$	$a \downarrow b = \neg(a \vee b)$
0	0	1
0	1	0
1	0	0
1	1	0

NOT ( $\neg$ ):  $\neg a = a \downarrow a$

OR ( $\vee$ ) als NOT-OR:  $a \vee b = \neg(a \downarrow b) = (a \downarrow b) \downarrow (a \downarrow b)$

AND ( $\wedge$ ) mittels De-Morgan  $\neg(a \wedge b) = (\neg a) \vee (\neg b)$  und NOT:

$$\begin{aligned}
 a \wedge b &= \neg((\neg a) \vee (\neg b)) \\
 &= (\neg a) \downarrow (\neg b) \\
 &= (a \downarrow a) \downarrow (b \downarrow b)
 \end{aligned}$$

Tabellen für NOR analog.

b) Betrachte De-Morgan für NAND:

$$\neg(a \wedge b) = (\neg a) \vee (\neg b)$$

$a$	$b$	$a \wedge b$	$\neg(a \wedge b)$	$\neg a$	$\neg b$	$(\neg a) \vee (\neg b)$
0	0	0	1	1	1	1
0	1	0	1	1	0	1
1	0	0	1	0	1	1
1	1	1	0	0	0	0

Analog für De-Morgan für NOR:  $\neg(a \vee b) = (\neg a) \wedge (\neg b)$

c) XOR (eXklusives OR,  $\oplus$ ):

$a$	$b$	$a \wedge b$	$\neg(a \wedge b)$	$a \vee b$	$\neg(a \wedge b) \wedge (a \vee b)$	$a \oplus b$
0	0	0	1	0	0	0
0	1	0	1	1	1	1
1	0	0	1	1	1	1
1	1	1	0	1	0	0

d) (i)  $a \vee c = 1$

(ii)  $b \wedge c = 0$

$\Rightarrow$  Lazy Evaluation!

### Aufgabe 3 Algorithmen (Beispiellösung)

- a)  $x = -3$ : Ausgabe: " $x \leq 0$ ".  
 $x = 7$ : undefiniert ("Dangling Else").

b) **funktion**( $n$ ):

```
    hilfsmfunktion(1, n);
```

```
    hilfsmfunktion( $i$ ,  $n$ ):
```

```
        if ( $i \leq n$ ) {
            print( $i$ );
            hilfsmfunktion( $i + 1$ ,  $n$ );
        }
```

c)  $checked = 0$ ;

```
    while ( $i \bmod 2 == 1 \wedge \neg checked$ ) {
        print("ungerade!");
        checked = 1;
    }
```

- d) (i) // Die Funktion 'verschlüsselt' einen gegebenen Text (in kleinen Buchstaben!) mittels  
// ROT13. Dabei wird jedes Zeichen durch dasjenige ersetzt, das 13 Zeichen weiter  
// hinten im Alphabet steht.

// Kommentare, sinnvolle Namen und Struktur machen das Verständnis leichter!

```
rot13(string):
```

```
    // Kopiere die Eingabenachricht
    // (Elementarer Verarbeitungsschritt)
    encrypted = string;
```

```
    // Laufe mit Index  $i$  über alle Zeichen der Nachricht
    // (Wiederholung)
```

```
    for  $i = 0$  to size(string)-1 {
        // Prüfe, ob Zeichen bei  $i$  im Bereich 'a' bis 'z' liegt. Diese Bedingung
        // nutzt die Konversion von Schriftzeichen zu Zahlen über die ASCII-
        // Tabelle, in der 'a' bis 'z' hintereinander sortiert sind.
        // (Bedingter Verarbeitungsschritt)
```

```
        if ( $string[i] \geq 'a' \wedge string[i] \leq 'z'$ ) {
            // Berechne den Abstand des Zeichens zu 'a'
            // (Elementarer Verarbeitungsschritt)
            abstand =  $string[i] - 'a'$ ;
```

```
            // 'Rotiere' diesen Abstand um 13 Zeichen; der Teilungsrest hält uns
            // im Bereich der 26 Buchstaben.
```

```
            // (Elementarer Verarbeitungsschritt)
            rotierter_abstand = ( $abstand + 13$ ) mod 26;
```

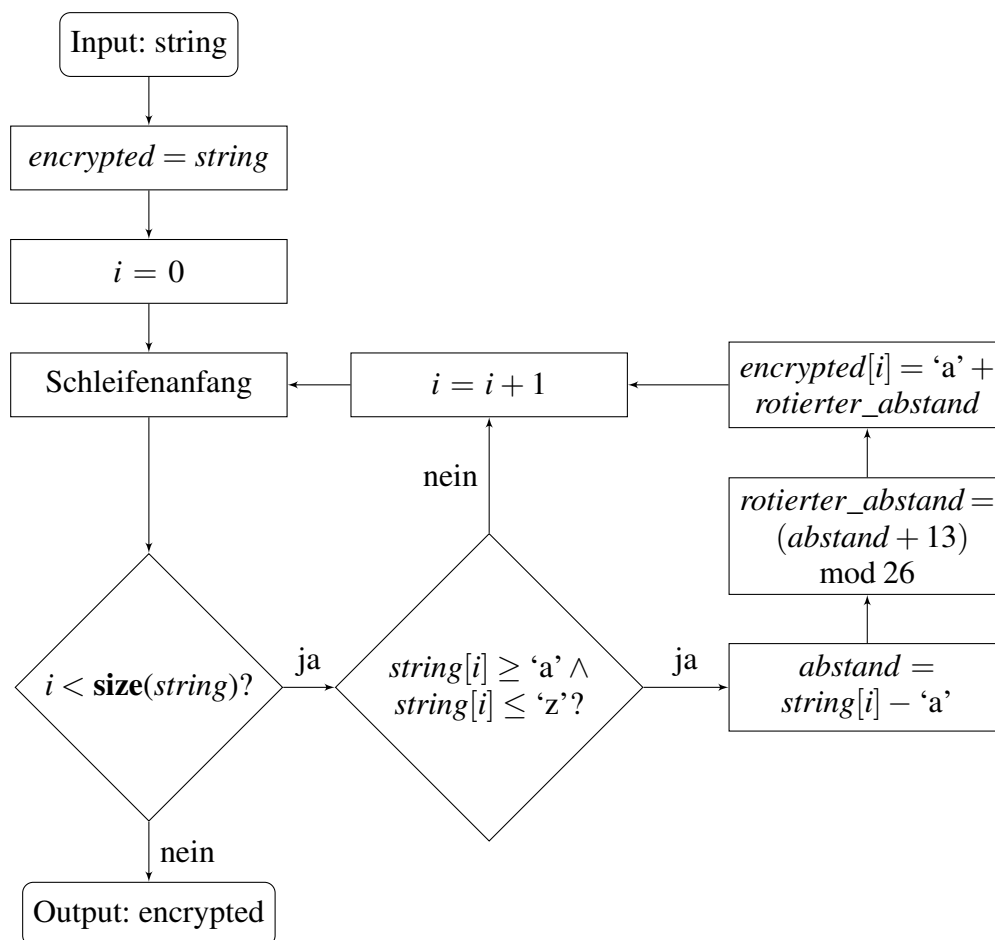
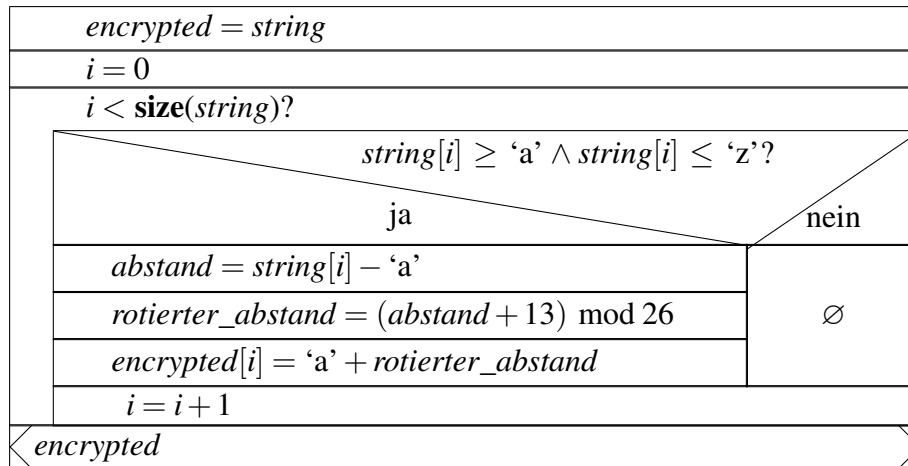
```
            // Der Abstand ist relativ zum Zeichen 'a'
            // (Elementarer Verarbeitungsschritt)
            encrypted[ $i$ ] = 'a' + rotierter_abstand;
```

```
        }
```

```
    // Gebe die verschlüsselte Nachricht zurück
    // (Elementarer Verarbeitungsschritt)
```

```
    return encrypted;
```

**rot13(string)**



(ii) // Die Funktion extrahiert das größte Element eines Arrays.

**max\_value(array):**

// Prüfe, ob Array leer ist.

// (Bedingter Verarbeitungsschritt)

**if** (size(array) ≤ 0)

// (Elementarer Verarbeitungsschritt)

**return** -∞;

// Initialisiere größtes Element auf Wert des ersten Elements.

// (Elementarer Verarbeitungsschritt)

*x* = array[0];

// Laufe mit Index *i* über alle Elemente des Arrays

```
// (Wiederholung)
for i = 0 to size(array)-1 {
    // Prüfe, ob das aktuelle Element größer als das größte bekannte Element
    // ist.
    // (Bedingter Verarbeitungsschritt)
    if (array[i] > x)
        // Speichere dieses Element.
        // (Elementarer Verarbeitungsschritt)
        x = array[i];
}
```

```
// Gebe das größte Element zurück
// (Elementarer Verarbeitungsschritt)
return x;
```

