

Name: Vorname: Matr.-Nr.:

Technische Universität München
Fakultät für Informatik, I-16
Dr. Stefanie Demirci

SoSe 2018
4. Juli 2018

Musterklausur zu Algorithmen und Datenstrukturen

Allgemeine Hinweise

- Die Angabe besteht aus 12 Seiten. Stellen Sie sicher, dass Ihr Exemplar vollständig ist, und **prüfen Sie alle Seiten auf Aufgaben!**
- Sie haben 90 Minuten Zeit für die Bearbeitung der Aufgaben, von 09:45 bis 11:15 Uhr.

Aufgabe 1 Sortieren mit Heap Sort

(12 Punkte)

Die sequentielle Liste

2, 5, 8, 1, 6, 4

soll mit (*Min-*)*HeapSort* sortiert werden!

- a) Geben Sie den Zustand der Liste während der **buildMinHeap**-Funktion nach jedem **min-Heapify**-Aufruf an!

- b) Führen Sie nun die Operationen **increaseKey**(8,11), welche den Schlüssel von Knoten 8 auf 11 erhöht, und danach **decreaseKey**(5,3), welche den Schlüssel von Knoten 5 auf 3 verringert, aus. Geben Sie dazu bitte den Zustand des Graphen und der zugehörigen Liste nach jeder dieser Operationen an. Wie oft muss minHeapify aufgerufen werden?

- c) Sortieren Sie nun die Liste mittels Min-HeapSort. Geben Sie den Zustand der Liste während der Sortierung nach jedem **extractMin** an! (Hinweis: Der Algorithmus funktioniert *in-place*!)

Aufgabe 2 KMP-Präfixtabelle

(9 Punkte)

Beim Knuth-Morris-Pratt Algorithmus zur Suche in Zeichenketten spielen Präfixtabellen eine entscheidende Rolle.

- a) Geben Sie Präfixtabelle zu dem folgenden Suchmuster an:

"HANNAH"

- b) Geben Sie Präfixtabelle zu dem folgenden Suchmuster an: (Hinweis: Das Leerzeichen hat einen eigenen ASCII-Code; gilt also als eigenes Zeichen!)

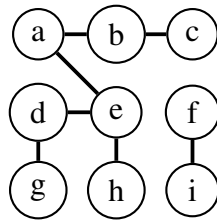
"ANANAS NA"

- c) Angenommen, Sie möchten nun eine Zeichenkette der Länge n nach einem Suchmuster der Länge m durchsuchen. Was wäre in diesem Fall die Komplexität des Knuth-Morris-Pratt Algorithmus im Vergleich zum Brute-Force Such-Algorithmus? Wie erklären Sie diesen Unterschied?

Aufgabe 3 Graphen

(12 Punkte)

Gegeben sei der nebenstehende Graph:

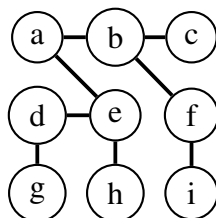


a) Geben Sie die Adjazenzmatrix an!

b) Aus wievielen Zusammenhangskomponenten besteht dieser Graph? Geben Sie auch die jeweiligen Knotenlisten für die Zusammenhangskomponenten an. Welche Kante müssen Sie hinzufügen damit ein Binärbaum entsteht?

c) Der Graph sei nun durch folgende Adjazenzliste dargestellt:

```
a → e → b  
b → a → f → c  
c → b  
d → e → g  
e → a → d → h  
f → b → i  
g → d  
h → e  
i → f
```



Führen Sie nun auf diesem Graphen eine Breitensuche ausgehend vom Startknoten a durch. Geben Sie bitte den Zustand der Knotenqueue Q , der Vorgängerliste pred und Entfernungsliste d nach jedem Durchlauf der while -Schleife an. Die entsprechenden Anfangszustände sind:

$$Q = \{a\}$$

	a	b	c	d	e	f	g	h	i
pred									
d	0								

(Hinweis: Bitte behalten Sie die Tabellenschreibweise für Felder pred und d bei.)

Aufgabe 4 AVL-Bäume

(10 Punkte)

a) Repräsentiert das folgende Array einen AVL-Baum?

6, 4, 10, 2, 7, 8, 13, 1, [], 5, [], [], [], 12

Begründen Sie Ihre Antwort und zeichnen Sie die Baumstruktur! (Hinweis: [] stellt den Null-Vektor, also leeren Eintrag, dar.) Wie könnte die AVL-Eigenschaft effizient wieder hergestellt werden? Beachten Sie hierbei die Tatsache, dass der AVL-Baum hier durch eine sequentielle Liste repräsentiert ist.

- b) Führen Sie nun auf dem korrigierten AVL-Baum die Operation **erase**(10) (Löschen von Knoten 10) durch. Skizzieren Sie den Baum nach der Löschoperation und ggf. nach jedem notwendigen Rotationsschritt.

- c) Welchem Suchalgorithmus entspricht die Suche im AVL-Baum? Welche Komplexität hat der entsprechende Algorithmus?

Aufgabe 5 Lineare Gleichungssysteme

(13 Punkte)

Gegeben sei das folgende lineare Gleichungssystem:

$$\begin{aligned}3x_2 + 8x_3 &= 0 \\x_1 + 4x_2 + 7x_3 &= 2 \\x_1 + 4x_2 + 5x_3 &= 8\end{aligned}$$

- a) Das Gleichungssystem kann auch als

$$Ax = b$$

formuliert werden. Definieren und beschreiben Sie die einzelnen Bestandteile A, x, b für das obige Gleichungssystem.

- b) Gegeben sei nun die folgende Matrix M :

$$M = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 3 \\ 4 & 1 & 0 \\ -6 & 2 & -1 \end{pmatrix}$$

Kann es sich dabei um das Resultat einer *Cholesky*-Zerlegung von A handeln? Begründen Sie Ihre Antwort!

- c) Führen Sie nun den *LUP-Algorithmus* für die Matrix A in-place durch. Geben Sie dabei zu **jeder** Iteration **jeweils separat** die Ergebnisse des Pivotisierungsschrittes **und** des Teilzerlegungsschrittes an. Stellen Sie zum Schluss die einzelnen Matrizen P, L, U nochmal separat dar.

- d) Benutzen Sie nun die LUP-Zerlegung von A um das obige Gleichungssystem zu lösen. Wie gehen Sie hier vor? Beschreiben Sie jeden Schritt hinreichend.

Aufgabe 6 Ausgleichskurven

(7 Punkte)

Angenommen, Sie wollen ein beliebiges Signal analysieren. Dazu tasten Sie das Signal n mal zu den relativen Zeitpunkten $t_k = \frac{\pi k}{n}$ ($k = 0, \dots, n-1$) ab. Sie erhalten dadurch eine Datenreihe $(t_0, y_0), \dots, (t_{n-1}, y_{n-1})$. Um das Signal zu approximieren wollen Sie nun eine Funktion der Form

$$\begin{aligned} p(t_k) &= \sum_{j=0}^{n-1} c_j \cos\left(t_k \left(j + \frac{1}{2}\right)\right) \\ &= \left(\cos(0.5t_k) \quad \cos(1.5t_k) \quad \cos(2.5t_k) \quad \dots \quad \cos((n-0.5)t_k)\right) \cdot \left(c_0 \quad c_1 \quad c_2 \quad \dots \quad c_{n-1}\right)^T \end{aligned}$$

berechnen.

- a) Stellen Sie das zugehörige lineare Gleichungssystem auf um die Funktion p aus den Datenpunkten $(t_0, y_0), \dots, (t_{n-1}, y_{n-1})$ zu berechnen. Benennen Sie die zugehörige Matrix dabei mit V .

- b) Da die Abtastwerte fehlerbehaftet sein könnten, entscheiden Sie sich nun dazu das Gleichungssystem mittels Least-squares Approximation zu lösen. Was genau berechnen Sie während dieses Verfahrens? Skizzieren Sie den Ablauf und benennen Sie alle wichtigen Bestandteile. Gibt es evtl. mehrere Wege?