Technische Universität München
Fakultät für Informatik, I-16
Dr. Stefanie Demirci
Mai Bui

SoSe 2018
Lösungsblatt 6
4. Juni 2018

Algorithmen und Datenstrukturen

Aufgabe 1 Arrays und Heaps (Beispiellösung)

a) Kein Heap; fast Min-Heap bis auf $7 \leftrightarrow 6$.

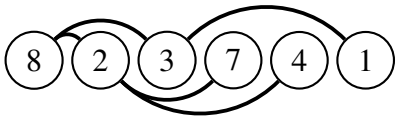
b) Min-Heap; Vaterknoten stets kleiner als Kindknoten.

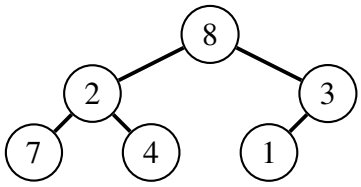
c) Kein Heap; beispielsweise Wurzel $4 < 5$ (linkes Kind), aber $4 > 3$ (rechtes Kind).

d) Max-Heap; Vaterknoten stets größer als Kindknoten.

Aufgabe 2 Heap-Sort (Beispiellösung)

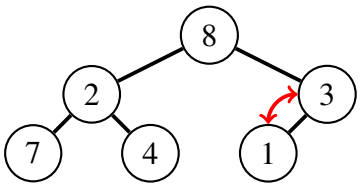
Array als fast vollständiger Binärbaum:

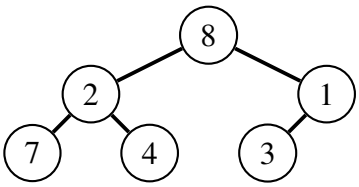




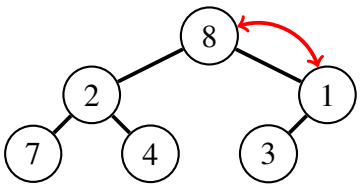
buildMinHeap: (**minHeapify** für alle Werte oder Positionen von hinten nach vorne)

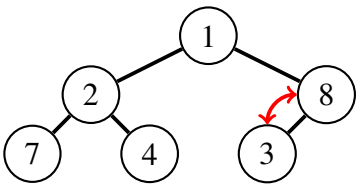
- **minHeapify**(1), **minHeapify**(4), **minHeapify**(7):
  $\rightsquigarrow$ trivial bzw. überflüssig, da Blätter
- **minHeapify**(3):

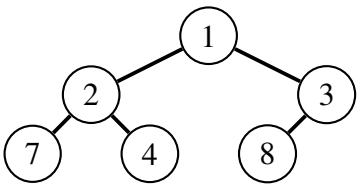




- **minHeapify**(2):
  $\rightsquigarrow$ nichts zu tun
- **minHeapify**(8):



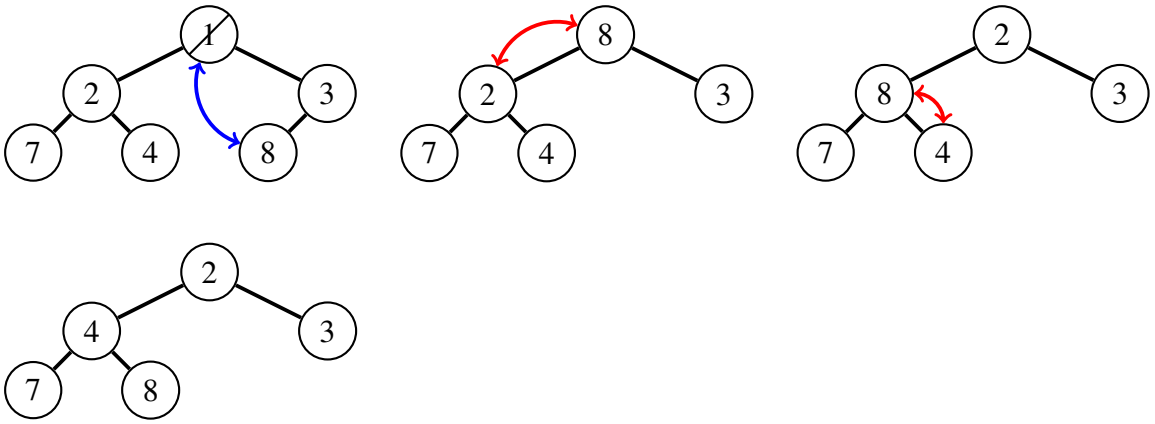




$\Rightarrow$ Heap nach **buildMinHeap**: $(1,2,3,7,4,8)$

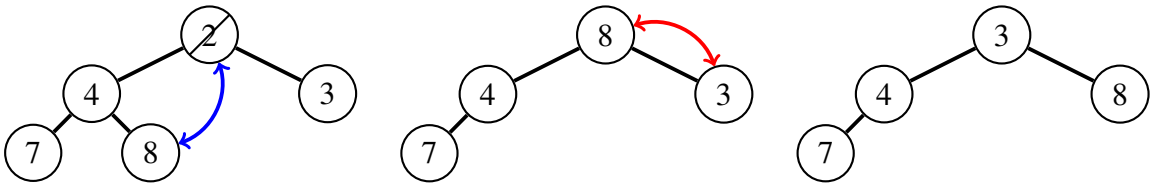
Sortierung: (**extractMin** bis Heap leer)

- **extractMin** $= 1$, dadurch 8 temporär neue Wurzel, folglich **minHeapify**(8)



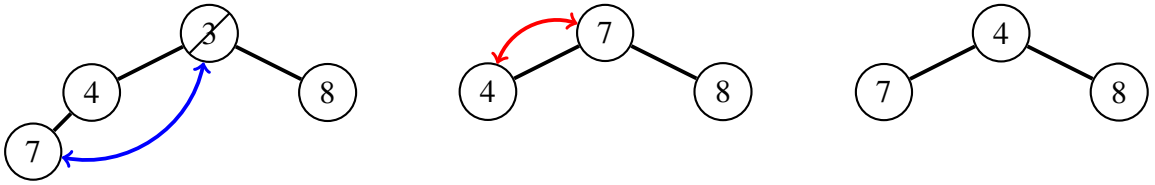
  $\Rightarrow$ Heap nach **extractMin**: $(2,4,3,7,8)$

- **extractMin** $= 2$, dadurch 8 temporär neue Wurzel, folglich **minHeapify**(8)



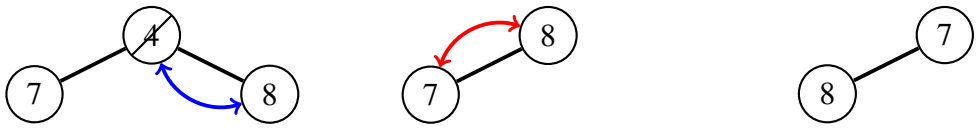
  $\Rightarrow$ Heap nach **extractMin**: $(3,4,8,7)$

- **extractMin** $= 3$, dadurch 7 temporär neue Wurzel, folglich **minHeapify**(7)



  $\Rightarrow$ Heap nach **extractMin**: $(4,7,8)$

- **extractMin** $= 4$, dadurch 8 temporär neue Wurzel, folglich **minHeapify**(8)



  $\Rightarrow$ Heap nach **extractMin**: $(7,8)$

- **extractMin** $= 7$, dadurch 8 neue Wurzel

  $\Rightarrow$ Heap nach **extractMin**: (8)

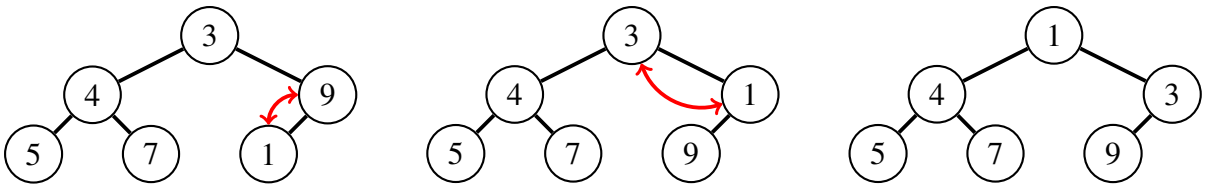
- **extractMin** $= 8$

  $\Rightarrow$ Heap nach **extractMin**: $\emptyset$

Aufgabe 3 Min-Priority Queue (Beispiellösung)

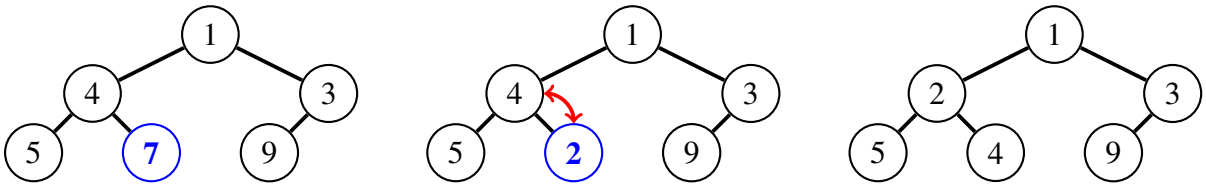
Array als fast vollständiger Binärbaum:

insert(1): (Einfügen am Ende, und Propagation aufwärts)



$\Rightarrow$ Heap nach **insert**(1): $(1,4,3,5,7,9)$

decreaseKey(7**,** 2): (Propagation aufwärts)



$\Rightarrow$ Heap nach **insert**(1) und **decreaseKey**(7**,** 2): $(1,2,3,5,4,9)$

Aufgabe 4 Binäre Suchbäume (Beispiellösung)

a) Ja, es handelt sich um einen binären Suchbaum (V,E), da für jeden inneren Knoten $v \in V$ gilt:

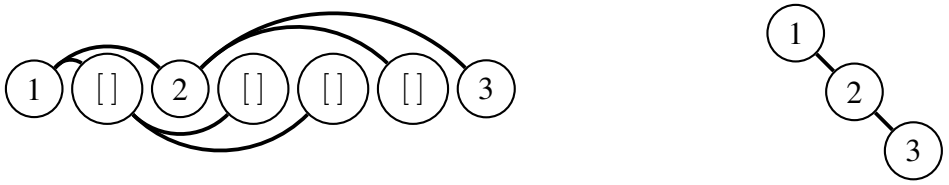
- für alle Knoten x im linken Teilbaum $v.left$ gilt: $\text{key}(x) \leq \text{key}(v)$
- für alle Knoten y im rechten Teilbaum $v.right$ gilt: $\text{key}(y) \geq \text{key}(v)$

Darüber hinaus gilt für jeden inneren Knoten $v \in V$, dass die Höhe des linken und des rechten Teilbaums gleich sind. Daher ist die AVL-Bedingung erfüllt und es handelt sich um einen AVL-Baum.

b) Bei dem Baum handelt es sich erneut um einen binären Suchbaum. Allerdings ist bei dem Knoten 4 die AVL-Bedingung verletzt (Höhe des linken Teilbaums ist 2, während die Höhe des rechten Teilbaums 0 beträgt). Daher stellt der Baum keinen AVL-Baum dar.

c) Es sich bei dem dargestellten Baum nicht um einen binären Suchbaum. Für den Knoten 8 ist das rechte Kind 7 kleiner. Da jeder AVL-Baum auch ein binärer Suchbaum sein muss, kann es sich somit auch nicht um einen AVL-Baum handeln.

d) Zuerst erzeugen wir aus der Liste den binären Baum entsprechend der Vorlesung:

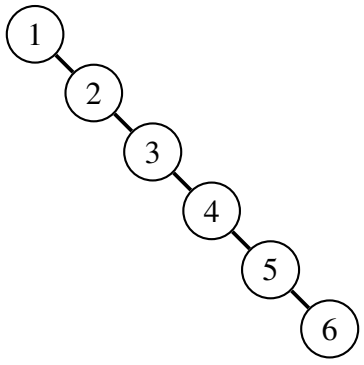


Wir stellen fest, dass es sich um einen binären Suchbaum handelt. Jedoch ist die AVL-Bedingung in der Wurzel verletzt, daher handelt es sich nicht um einen AVL-Baum.

e) Der Grund, warum es nicht sinnvoll ist, Suchbäume als Liste zu speichern ist der, dass diese nicht (zwangsläufig) vollständig / fast vollständig sind. Daher können die entsprechenden Listen grösstenteils leer sein. Im Beispiel der vorherigen Teilaufgabe benötigen wir für den binären Suchbaum mit 3 Knoten eine Liste der Länge 7, wovon 4 Einträge leer sind.

Aufgabe 5 Binärer Suchbaum vs. AVL-Baum (Beispiellösung)

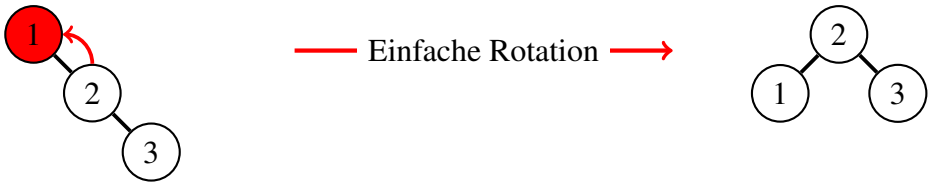
a) Fügen wir die Werte von 1 bis 6 nacheinander in einen binären Suchbaum ein, so erhalten wir einen entarteten Baum:



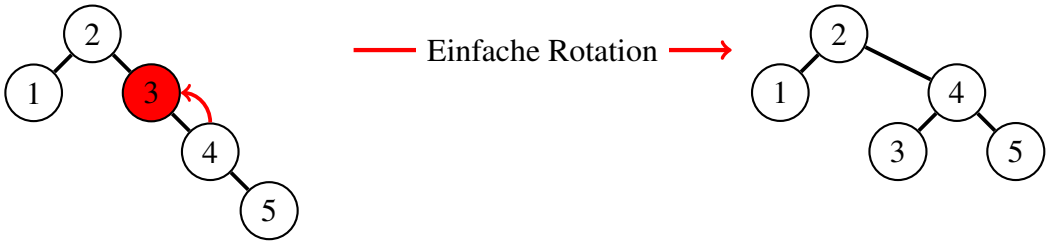
Um nun, ausgehend von der Wurzel, den Knoten 6 zu erreichen, benötigen wir 5 Schritte.

b) Der Einfachheit halber geben wir nur die Schritte an, bei welchen eine Rotation benötigt wird um die AVL-Bedingung wieder herzustellen.

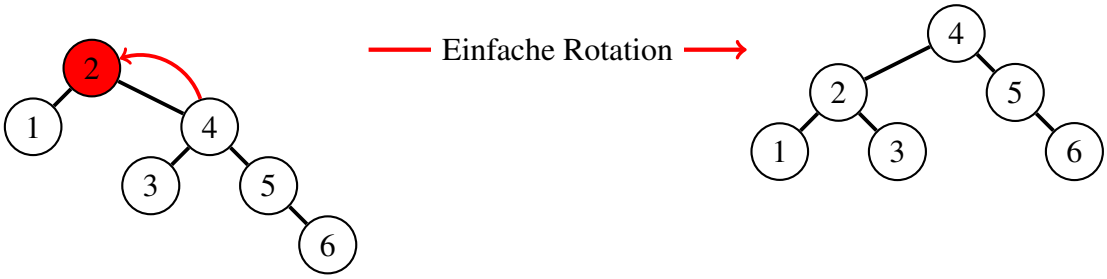
- ...
- **insert(3)**



- ...
- **insert(5)**



- ...
- **insert(6)**



Dieses Mal benötigen wir also 2 Schritte um zu dem Knoten 6.